Hatvani István fizikaverseny 2017-18.
3. forduló megoldások

1. kategória

1.3.1. A kockából csak 1 cm x 1 cm x 6 cm–es függőleges oszlopokat vehetek el.
Ezt n = 1, 2,…,35 esetben tehetem meg, így N = n · 6 db kockát vehetek el egyszerre úgy, hogy a nyomás ne változzon meg.

1.3.2. V = 523 m^3 $\quad\rho_{levegő} = 1{,}293\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ $\quad m_{összes}$ = 96 kg $\quad g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

A léggömb akkor tudja felemelni a terhet, ha a felhajtóerő nagyobb a léggömbre és a tartozékra ható nehézségi erőnél.

$F_{felhajtó} = V \cdot \rho_{levegő} \cdot g$ $\qquad F_{felhajó} = 523\ \mathrm{m}^3 \cdot 1{,}293\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 10\ \frac{m}{s^2} = 6762{,}3\ \mathrm{N}$

Az együttes tömeg 96 kg, akkor $F_{neh.}$ = 960 N, 6762,3 N – 960 N = 5802,4 N .

A léggömb 580,2 kg tömegű hasznos tehernél kisebb terhet tud felemelni.

1.3.3. m_{Peti} = 60 kg, $\quad m_{Kati}$ = 45 kg $\quad F$ = 180 N $\quad t$ = 2 s

---

$a = \frac{F}{m}$ $\qquad a_{Peti} = 3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ $\qquad a_{Kati} = 4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

$s = \frac{a}{2} \cdot t^2$ $\qquad s_{Peti}$ = 6 m $\qquad s_{Kati}$ = 8 m

A munka, amit Peti végez Kati felgyorsításával: W = 180 N 6 m =1080 J

A munka, amit Kati végez Peti felgyorsításával: W = 180 N 8 m = 1440 J.

1.3.4. a) Csak a Fahrenheit-skála lehet, mivel a Réaumur – skála bármilyen T értéket 0,8 T értékként jelez.
b) T = ?

°F - ban megkapjuk a °C - ban mért hőmérsékletet a $2\,T = 32 + 1{,}8\,T$ összefüggés segítségével.

Rendezéssel: T = 160.

Tehát a keresett hőmérséklet 160°C.

1.3.5. **a)** Eötvös Loránd

b) Cavendish torziós mérlegét fejlesztette tovább a róla elnevezett találmánya elkészítésénél és a gravitációs mező térbeli változásának tanulmányozására, mérésére használta világhírűvé vált torziós ingáját.

c) Eötvös, Cavendish torziós mérleg működési elve: Egy l hosszúságú d átmérőjű rugalmas szálat k távolságban ható erők elcsavarnak. A merev 2k távolságot egy vízszintes rúd biztosítja, az erők gravitációsak. A kis elcsavarodás szögét úgy mérték, hogy a mérlegszekrényre is és a rúdra is egy kis tükröt erősítettek; a két tükörre ugyanazt a skálát vetítették, a skálák különbségét távcsővel leolvasták.

A Ság-hegyen is használt változatának vázlatos felépítése, leírása: egy vízszintes rúd egyik végére platinasúly van erősítve, másik végén vékony szálra erősített platinahenger lóg alá, így a rúd végein levő tömegek különböző magasságban vannak, amivel a horizontális gradienseket is meg lehet határozni. A torziós szálon tükör van. Ezt a műszert több fémburokkal vették körül, hogy a külső zavaró tényezőket (levegő mozgása, hőmérséklet-változás, a fém alkatrészek mozgása közben létrejövő villamos hatásokat) kizárják. Ez a változat lett Eötvös fő műve, mely 1891 májusában készült el. A műszer működési elve: ha a két felfüggesztett tömegre ható vonzóerő nem teljesen egyenlő, akkor a rúd a vízszintes síkban elfordul, és a felfüggesztő platina szál megcsavarodik. A megcsavart szál rugalmassága a rudat eredeti helyzetébe igyekszik visszafordítani. A rúd ott fog megállni, ahol az egymással szemben működő kitérítő erő (vonzóerő) és rugalmas visszatérítő erő forgatónyomatéka egymással egyenlő. A torzió mértékét egy skála előtt elmozduló jel mutatta.

d) A Balaton alatt tektonikai (a földkéreg mozgásával kapcsolatos) árok húzódik.

1.3.6. A mérési eredmények alapján kiderül, hogy a periódusidő a damil *l* hosszának függvényében nőtt, de nem lineárisan. Az értéke attól is függött, hogy a nehezéket az egyensúlyi helyzethez képest kezdetben hány fokos szögben fordítottuk el.

2. kategória

2.3.1. A fatörzs vastagabb része lesz a nehezebb, mert a vastagabb rész egyúttal rövidebb is. Ez a rész a másikkal azonos forgatónyomatékot csak nagyobb súly esetén tud biztosítani.

2.3.2. $U = 230$ V $\quad t = 5$ min $= \frac{1}{12}$ h $\quad m = 150$ g $= 0{,}15$ kg $\quad \Delta T = 85$°C

$c = 4{,}2\ \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg\,°C}} \qquad L_f = 2260\ \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}$

$W = ? \qquad I = ? \qquad R = ?$

$W = Q,\ \ Q = c\, m\, \Delta T + L_f\, m$

$Q = 4{,}2\ \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg\,°C}} \cdot 0{,}15\ \mathrm{kg} \cdot 85\mathrm{°C} + 2260\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}} \cdot 0{,}15\ \mathrm{kg} = 392{,}55\ \mathrm{kJ}$

1Wh = 3,6 kJ $\qquad W = 109{,}04$ Wh $\qquad W = U\, I\, t$

$I = \frac{W}{Ut} \qquad I = \frac{109{,}04\ \mathrm{Wh} \cdot 12}{230\ \mathrm{V\,h}} = 5{,}689$ A

$R = \frac{U}{I} \qquad R = \frac{230\ \mathrm{V}}{5{,}689\ \mathrm{A}} = 40{,}428\ \Omega$

40,428 Ω ellenállású drótot kell használnunk.

2.3.3. $v = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ $t = 1$ s, $\quad M_{Kati} = 60$ kg, $\quad m_{Peti} = 60$ kg, $\quad m = 5$ kg, $\quad t_1 = 6$ s

---

Peti és Kati kezdeti távolsága $2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\ 1\mathrm{s} = 2$ m.

Az eldobáskor a lendületmegmaradása Petire:

$m_{Peti}\, v_1 = m\, v$, ahol v_1 Peti sebessége a hátizsák eldobása után.

$v_1 = \frac{5\ \mathrm{kg} \cdot 2\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{60\ \mathrm{kg}} = \frac{1}{6}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, a csónak $t_1 = 6$ s alatt $s_1 = v_1\, t_1$, $\quad s_1 = \frac{1}{6}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 6$ s = 1 m utat tesz meg.

A hátizsák megérkezésekor a lendületmegmaradása Katira:

$m\, v = (M_{Kati} + m)\, v_2$, ahol v_2 a Kati sebessége a zsák megérkezése után.

$v_2 = v\, \frac{m}{M_{Kati} + m} \qquad v_2 = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot \left(\frac{5\ \mathrm{kg}}{60\ \mathrm{kg} + 5\mathrm{kg}}\right) = \frac{2}{3}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Kati $(t_1 - t)$ idő alatt $s_2 = v_2\, (t_1 - t)$, $\quad s_2 = \frac{2}{3}\frac{m}{s} \cdot 5$ s $= \frac{10}{13}$ m utat tesz meg.

Összesen 2m + 1m + $\frac{10}{13}$ m = $3\frac{10}{13}$ m –re vannak egymástól a hátizsák eldobásától számított 6 s múlva.

2.3.4. t = 8 min = 480 s, ΔT_1 = 4°C, ΔT_2 = 5°C, ΔT_3 = 20°C ,

$c_{jég} = 2,1\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}\cdot°\mathrm{C}}$ $c_{víz} = 4,2\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}\cdot°\mathrm{C}}$ $L_o = 336\,\frac{kJ}{kg}$

A jég melegedési sebességéből kiszámolható a melegítés teljesítménye:

$$P = \frac{\Delta E_{b1}}{t_1} = \frac{c_{jég}\cdot m\cdot \Delta T_1}{t_1} = \frac{2,1\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}\cdot°\mathrm{C}}\cdot \mathrm{m}\cdot 4°\mathrm{C}\cdot}{480\ s} = \mathrm{m}\cdot 0,0175\ \frac{kJ}{s}.$$

A jég 0°C - ra történő melegedéséhez szükséges idő:

$$t_2 = \frac{\Delta E_{b2}}{P} = \frac{c_{jég}\cdot m\cdot \Delta T_2}{P} = \frac{2,1\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}\cdot°\mathrm{C}}\cdot \mathrm{m}\cdot 5°\mathrm{C}\cdot}{\mathrm{m}\cdot 0,0175\ \frac{kJ}{s}} = 600\ \mathrm{s}.$$

A jég 0°C - on szilárd halmazállapotból folyékonnyá alakul. Az ehhez szükséges idő:

$$t_o = \frac{\Delta E_{bo}}{P} = \frac{m\cdot L_o}{P} = \frac{m\cdot 336\frac{kJ}{s}}{\mathrm{m}\cdot 0,0175\ \frac{kJ}{s}} = 19200\ \mathrm{s}.$$

A folyékony vizet 20°C - osra kell felmelegíteni, az ehhez szükséges idő:

$$t_3 = \frac{\Delta E_{b3}}{P} = \frac{c_{víz}\cdot m\cdot \Delta T_3}{P} = \frac{4,2\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}\cdot°\mathrm{C}}\cdot \mathrm{m}\cdot 20°\mathrm{C}\cdot}{\mathrm{m}\cdot 0,0175\ \frac{kJ}{s}} = 4800\ \mathrm{s}.$$

Összesen: 600 s + 19200 s + 4800 s = 24600 s = 410 min = 6 h 50 min.

A kályha a jeget 6 h 50 min alatt melegíti fel 20°C -osra.

2.3.5. **a)** Eötvös Loránd

b) A gravitáció tanulmányozása, a Föld nehézségi erőterének a fizikai jellemzése volt a cél.

c) A geofizikus: Pekár Dezső, a műszerész Süss Nándor.

d) Eötvös-féle torziós inga (variométer)

Eötvös gravitációs méréseiben kétféle alakú torziós ingát használt;

1. a torziós dróton függő vízszintes rúd mindkét végére platinasúly van erősítve, a rúd végein elhelyezkedő tömegek egyenlő magasságban helyezkednek el (görbületi variométer);
2. a vízszintes rúd egyik végére ugyancsak platinasúly van erősítve, másik végén vékony szálra erősített platinahenger lóg le, és a rúd végein levő tömegek különböző magasságban vannak (horizontális variométer, a tulajdonképpeni Eötvös-inga).

e) kőolaj és földgáz

2.3.6. A mérési eredmények alapján kiderül, hogy a periódusidő a damil *l* hosszának függvényében nőtt, de nem lineárisan. Az értéke attól is függött, hogy a nehezéket az egyensúlyi helyzethez képest kezdetben hány fokos szögben fordítottuk el.

3. kategória

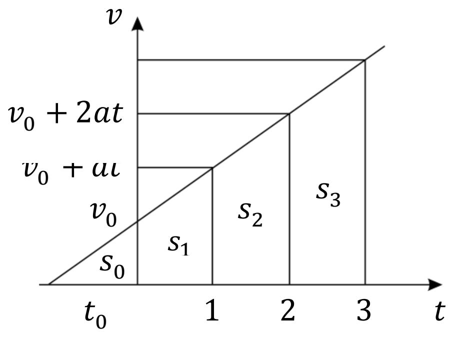
3.3.1. Kelet felé haladva a Föld kerületi sebessége és a mozdony sebessége összeadódik, nyugat felé haladva kivonódik.

$$\left.\begin{aligned} mg - F_k &= m\frac{(v_F + v)^2}{R} \\ mg - F_{ny} &= m\frac{(v_F - v)^2}{R} \end{aligned}\right\} F_{ny} > F_k$$

$$F_{ny} - F_k = \frac{m}{R} 4 v_F v \quad \Longrightarrow \quad \Delta f = \frac{25000 \cdot 4 \cdot 20 \cdot 2 \cdot 6{,}4 \cdot 10^6 \cdot \pi}{6{,}4 \cdot 10^6 \cdot 86400}$$

$$\Delta f = 145{,}37 \text{ N}$$

3.3.2.



$$s_1 = \frac{v_0 + v_0 + at}{2} \cdot t = \frac{2v_0 + a}{2}$$

$$s_2 = \frac{v_0 + at + v_0 + 2at}{2} \cdot t = \frac{2v_0 + 3a}{2}$$

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{3}{7} = \frac{2v_0 + a}{2v_0 + 3a}$$

$$6v_0 + 9a = 14v_0 + 7a$$

$$a = 4v_0$$

$$s_3 = \frac{v_0 + 2at + v_0 + 3at}{2} \cdot t$$

$$\frac{s_1}{s_3} = \frac{3}{x} = \frac{2v_0 + a}{2v_0 + 5a} = \frac{6v_0}{22v_0} = \quad \Longrightarrow \quad x = 11$$

A kérdéses út 11 egység.

$$\frac{v_0}{t_0} = a \quad \Longrightarrow \quad t_0 = \frac{v_0}{a} = \frac{1}{4} \text{ s}$$

$$s_0 = \frac{v_0 \cdot t_0}{2} \text{ ahol } v_0 \text{ az előző egyenletből } v_0 = \frac{s_1}{3}$$

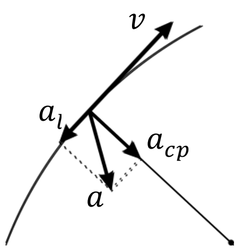
$$s_0 = \frac{s_1}{3{,}4 \cdot 2} \text{ ahol } s_1 = 3 \text{ egység}$$

$$s_0 = \frac{1}{8} \text{ egység}$$

3.3.3. A súrlódás biztosítja a kanyarodást:

$$\mu_0 mg = m\frac{v_{\max}^2}{r} \implies v_{\max} = \sqrt{\mu_0 \cdot r \cdot g} = 16{,}73\ \mathrm{m/s}$$

$$v = v_{\max} \cdot 0{,}75 = 12{,}55\ \mathrm{m/s}$$



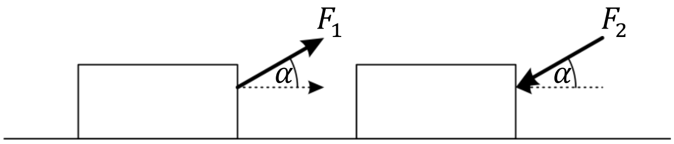
Az a gyorsulást a súrlódás biztosítja:

$$a = \mu_0 g \ ; \ a_{\text{cp}} = \frac{v^2}{r}$$

$$\left(\frac{v^2}{r}\right)^2 + a_l^2 = (\mu_0 g)^2 \implies a_l = \sqrt{4^2 - \left(\frac{12{,}55^2}{70}\right)^2}$$

$$a_l = 3{,}3\ \mathrm{m/s^2}$$

3.3.4.



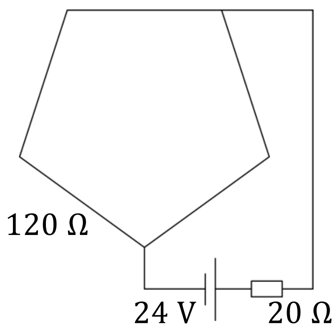
$$F_1 \cos\alpha - \mu(mg - F_1 \sin\alpha) = ma$$
$$F_2 \cos\alpha - \mu(mg + F_2 \sin\alpha) = ma$$
$$\sin 45° = \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$F_1\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}mg + \frac{1}{2}F_1 = F_2\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}mg - \frac{1}{2}F_2$$

$$F_1\left(1+\sqrt{2}\right) = F_2\left(\sqrt{2}-1\right)$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \approx 5{,}88$$

3.3.5.



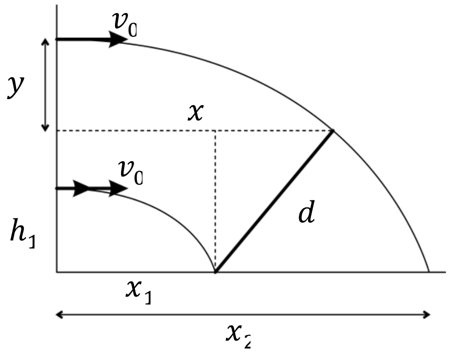
$$R_k = \frac{2 \cdot 120 \cdot 3 \cdot 120}{600} = 144\ \Omega$$

$$\frac{U_k}{U_0} = \frac{R_k}{R_ö}$$

$$U_k = U_0 \cdot \frac{R_k}{R_ö} = 24 \cdot \frac{144}{164} = 21{,}07\ \mathrm{V}$$

$$P = \frac{U^2}{R_k} = \frac{21{,}07^2}{144} = 3{,}08\ \mathrm{W}$$

3.3.6.



$$\left.\begin{aligned} x_1 &= v_0 t_1 = v_0\sqrt{\frac{2h_1}{g}} \\ x_2 &= 2x_1 = v_0\sqrt{\frac{2h^2}{g}} \end{aligned}\right\} \Longrightarrow \ h_2 = 4h_1 = 40\ \mathrm{m}$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = \sqrt{2}\ \mathrm{s} < 2\ \mathrm{s}$$

$\Longrightarrow$ az egyik test már leérkezett.

A másik test 2 s múlva:

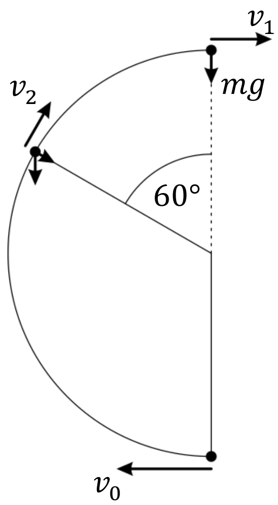
$$\frac{x}{x_1} = \frac{2}{\sqrt{2}} \ \Longrightarrow \ x = \frac{2x_1}{\sqrt{2}} = \frac{40}{\sqrt{2}}\ \mathrm{m}$$

$$y = \frac{1}{2}gt^2 = 20\ \mathrm{m}$$

$$d^2 = (x - x_1)^2 + (h_2 - y)^2 = \left(\frac{40}{\sqrt{2}} - 20\right)^2 + (40 - 20)^2 = 21{,}64\ \mathrm{m}$$

4. kategória

4.3.1.



Amikor éppen körbefordul, a legfelső ponton csak a gravitációs erő hat.

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{2}mv_{01}^2 &= mg2l + \frac{1}{2}mv_1^2 \\ mg &= m\frac{v_1^2}{l} \end{aligned}\right\} \Longrightarrow \quad v_{01} = 10\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}$$

Ha az adott helyzetben meglazul:

$$\left.\begin{aligned} mg\cos 60° &= m\frac{v_2^2}{l} \\ \frac{1}{2}mv_{02}^2 &= \frac{1}{2}mv_2^2 + mgl(1+\cos 60°) \end{aligned}\right\} \Longrightarrow \quad v_{02} = 8{,}36\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}$$

4.3.2. A keverék össz mólszáma:

$$pv = nRT \quad \Longrightarrow \quad n = \frac{2\cdot 10^5 \cdot 18{,}63\cdot 10^{-3}}{8{,}31\cdot 300} = 1{,}49\ \mathrm{mol}$$

Ez a gázelegyet alkotó gázok mólszámainak az összege:

$$n = \frac{m_{\mathrm{He}}}{4} + \frac{20 - m_{\mathrm{He}}}{32} \quad \Longrightarrow \quad m_{\mathrm{He}} = 3{,}95\ \mathrm{g}$$

$$n_{\mathrm{He}} = \frac{3{,}95}{4} = 0{,}98\ \mathrm{mol} \qquad n_{\mathrm{O_2}} = \frac{20-3{,}95}{32} = 0{,}5\ \mathrm{mol}$$

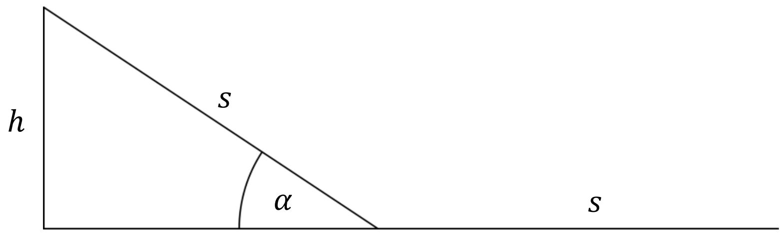
4.3.3.

$$P_s = \left(\frac{U_0}{2R + R_b}\right)^2 \cdot 2R \qquad P_p = \left(\frac{U_0}{{}^{R}/_{2} + R_b}\right)^2 \cdot \frac{R}{2}$$

Ezek egyenlővé tételével, az egyszerűsítések elvégzése után $R_b = 3\ \Omega$.

Ezt visszahelyettesítve akármelyik alapegyenletbe $U_0 = 9\ \mathrm{V}$.

4.3.4.



Alkalmazzuk a munkatételt:

$$mgh - \mu mg\cos\alpha \cdot s - \mu mgs = 0$$

$$s \cdot \sin\alpha - \mu s \cdot \cos\alpha - \mu s = 0 \quad \Longrightarrow \quad \sin\alpha - \mu = \mu\sqrt{1 - \sin^2\alpha}$$

$$\sin^2\alpha - 2\mu\sin\alpha + \mu^2 = \mu^2 - \mu^2\sin^2\alpha$$

$$\sin^2\alpha\,(1 + \mu^2) = 2\mu\sin\alpha \quad \Longrightarrow \quad \sin\alpha = \frac{2\mu}{1 + \mu^2} \quad \Longrightarrow \quad \alpha = 33{,}4°$$

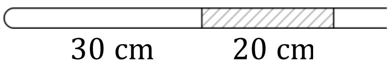
Visszajuttatás: újra a munkatétel

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh + \underbrace{\mu mgs + \mu mg\cos\alpha \cdot s}_{\text{ez éppen } mgh}$$

Tehát

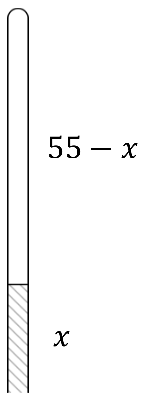
$$\frac{1}{2}mv_0^2 = 2mgh \quad \Longrightarrow \quad v_0 = \sqrt{4gh} = 10\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}$$

4.3.5.



A külső nyomás 76 Hgcm.

Boyle-Mariotte törvénye:



$$30 \cdot 76 = (55 - x)(76 - x) = 55 \cdot 76 - 76x - 55x + x^2$$
$$\Longrightarrow \quad x^2 - 131x + 1900 = 0$$

Ennek fizikailag értelmes megoldása $x = 16{,}61\ \mathrm{cm}$.

Tehát kifolyik $20 - x \approx 3{,}4\ \mathrm{cm}$ higany.

Ha azt akarjuk, hogy ne folyjék ki:

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} \quad \Longrightarrow \quad \frac{76 \cdot 30}{300} = \frac{56 \cdot 35}{T} \quad \Longrightarrow \quad T = 257{,}9\ \mathrm{K}$$

4.3.6. A rugalmas energiának akkor van maximuma, mikor a két test közös sebességgel mozog.

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_k \quad \Longrightarrow \quad v_k = 1{,}5\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v_k^2 + E_r$$

$$E_r = \frac{1}{2}(1{,}5 \cdot 4 - 2 \cdot 1{,}5^2) = 0{,}75\ \mathrm{J}$$

$$E_r = \frac{1}{2} D \Delta l^2 \quad \Longrightarrow \quad \Delta l = \sqrt{\frac{2E_r}{D}} = 0{,}1\ \mathrm{m}$$