Hatvani István fizikaverseny 2015-16.
3. forduló megoldások

1. kategória

1.3.1. a) A legfontosabb megválaszolandó kérdések a következők voltak: kijuthatnak-e egyáltalán a mikrohullámú jelek a világűrbe, milyen mértékben veri vissza a Hold a jeleket, hogyan terjednek ezek a jelek a térben és tudják-e észlelni őket a Földön.

b) A Föld-Hold távolság 381000 km, ezért a jel által megtett út $s = 2 \cdot 381000\ \mathrm{km} = 762000\ \mathrm{km}$. A jel eleje $t = \frac{s}{v} = \frac{762000\ \mathrm{km}}{299792{,}458 \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}} = 2{,}54\ \mathrm{s}$ múlva ér vissza. A jel vége pedig az indulástól számítva $t = 0{,}06\ \mathrm{s} + 2{,}54\ \mathrm{s} = 2{,}6\ \mathrm{s}$ múlva érkezik meg.

c) A valóságban a kísérlet 50 percig tartott. A jel visszaérkezése után kicsit vártak a következő jel indításával, 3 másodpercenként küldtek jeleket.

d) A jeladó teljesítménye 3 – 4 kW, így a jeladó egyetlen jel kibocsátásakor $W = P \cdot t$, azaz $W = 3000\ \mathrm{W} \cdot 0{,}06\ \mathrm{s} = 180\ \mathrm{J}$ és $W = 4000\ \mathrm{W} \cdot 0{,}06\ \mathrm{s} = 240\ \mathrm{J}$ érték közötti munkát végzett.

e) Bay Zoltán az idézetben a Debreceni Református Kollégiumban eltöltött 8 diákévre gondolt vissza, ahol a kollégiumi könyvtárban nyolcadikos korában [18 évesen] került kezébe Newton könyve, a Principia. A Maróthy György általa Debrecenbe hozott Newton-könyv sokáig kísértésben tartotta, hogy lefordítsa latinról magyarra.

1.3.2. a) A sötétebb színű testek jobban elnyelik a rájuk eső fénysugarakat, mint a világosak. A világos hó meglehetősen jól visszaveri a ráeső napsugarakat, ezért csak kicsit melegszik, magától nehezen olvad. A sötét színű fatörzs sokkal több napsugarat nyel el, csak keveset ver vissza, így jobban melegszik, mint a hó. Ezért a melegebb fatörzs közelében a hó gyorsabban olvad, mint a fa törzsétől távolabb.

b) $V = 4\ \mathrm{m}^3$ $\quad T_1 = -2\ ^\circ\mathrm{C}$ $\quad T = 0\ ^\circ\mathrm{C}$ $\quad \rho_{\mathrm{hó}} = 100 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$

$c_{\mathrm{hó}} = 2{,}1 \cdot 10^3 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}^\circ\mathrm{C}} = 2{,}1 \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}^\circ\mathrm{C}}$ $\quad L_{\mathrm{hó}} = 3{,}35 \cdot 10^5 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}} = 335 \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}$

A hó tömege: $m = \rho_{\mathrm{hó}} \cdot V = 100 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 4\ \mathrm{m}^3 = 400\ \mathrm{kg}$

Ennek felmelegítéséhez kell $Q_1 = c_{\mathrm{hó}} m (T - T_1) = 2{,}1 \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}^\circ\mathrm{C}} \cdot 400\mathrm{kg} \cdot 2^\circ\mathrm{C} = 1680\ \mathrm{kJ}$ hő

A hó felolvasztásához kell $Q_2 = m \cdot L_{hó} = 400\ \mathrm{kg} \cdot 335 \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}} = 134000\ \mathrm{kJ}$ hő

$Q_1 + Q_2 = 1680\ \mathrm{kJ} + 134000\ \mathrm{kJ} = \mathbf{135680\ kJ}$ hőt kell közölnünk a hóval.

1.3.3. $l = 200\ \mathrm{cm}$ $\quad N = 6\ \mathrm{db}$ $\quad V_{\mathrm{golyó}} = 100\ cm^3$ $\quad d = 40\ \mathrm{cm} = 0{,}4\ \mathrm{m}$

$V_{\mathrm{fa}} = 500\ \mathrm{cm}^3$ $\quad m_{\mathrm{fa}} = 300\ \mathrm{g}$ $\quad \mathrm{g} = 10 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

A fagolyókat pontszerűnek tekintjük. A végzett munka egyenlő a golyók helyzeti energiájának a megváltozásával. Az egyetlen golyóra számolt energia:

$E_{\mathrm{i}} = m_{\mathrm{golyó}} \cdot \mathrm{g} \cdot h_{\mathrm{i}}$ ahol $h_{\mathrm{i}} = d \cdot (i - 1)$, $i = 1 \dots 6$ és

$m_{\mathrm{golyó}} = V_{\mathrm{golyó}} \cdot \left(\frac{m_{\mathrm{fa}}}{V_{\mathrm{fa}}}\right) = 100\ \mathrm{cm}^3 \cdot \left(\frac{300\ \mathrm{g}}{500\ \mathrm{cm}^3}\right) = 60\ \mathrm{g} = 0{,}06\ \mathrm{kg}$

A rendszer teljes energiája egyenlő a rajta végzett munkával:

$W = mgd \cdot [(1-1)+(2-1)+(3-1)+(4-1)+(5-1)+(6-1)] =$
$mgd\,(0+1+2+3+4+5) = 15 \cdot mgd = \ 3{,}6\ \mathrm{J}$

Az emelésnél tehát 3,6 J munkát végeztünk.

1.3.4. $E = 457\ \mathrm{kJ}$ $\quad m = 45\ \mathrm{kg}$ $\quad \mathrm{g} = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ $\quad \eta = 35\% = 0{,}35$

A falmászásra fordítható energia: $E_{\mathrm{hasznos}} = \eta \cdot E = 0{,}35 \cdot 457000\ \mathrm{J} = 159950\ \mathrm{J}$.
Ha a kezdeti pozícióban rögzítjük a 0 szintet, akkor egy Túró Rudi elfogyasztásából származó hasznos energiával h magasságra mászhatna fel a fiú, azaz $mgh = E_{\mathrm{hasznos}}$
Ebből $h = \frac{E_{\mathrm{hasznos}}}{mg} = \frac{159950\ \mathrm{J}}{450\ \mathrm{N}} = 355{,}44\ \mathrm{m}$.
A kötélmászások száma: $N = \frac{h}{20\ \mathrm{m}} = \frac{355{,}44\ \mathrm{m}}{20\ \mathrm{m}} = 17{,}77$.
Legalább 17-szer tud felmászni 20 m magasra.

1.3.5. a) A víz sűrűsége harmada a test sűrűségének, a kiszorított víz és a test térfogata egyenlő, tehát a kiszorított víz súlya, azaz a felhajtóerő harmada a test súlyának, vagyis $10\ \mathrm{N}$, így a válasz: 20 N-nál nagyobb erő kell.

b) A medence aljára kifejtett nyomóerő $F = 20\ \mathrm{N}$, ha nem hézagmentesen érintkezik a kocka a medence aljával. A kocka térfogata $V = \frac{m}{\rho} = 1\ \mathrm{dm}^3$. A kocka éle $1\ \mathrm{dm}$, ezért a nyomott felület $A = 1\ \mathrm{dm}^2$. A nyomás $p = \frac{20\ \mathrm{N}}{1\ \mathrm{dm}^2} = \frac{20\ \mathrm{N}}{0{,}01\ \mathrm{m}^2} = 2000\ \mathrm{Pa}$.

Ha a kocka alsó lapja és a medence feneke között nincs folyadék, akkor felhajtóerő nem lép fel. Ekkor a nyomás $p = \frac{30\ \mathrm{N}}{1\ \mathrm{dm}^2} = \frac{30\ \mathrm{N}}{0{,}01\ \mathrm{m}^2} = 3000\ \mathrm{Pa}$.

1.3.6. $L = 10\ \mathrm{cm}$ $\quad A = 1\ \mathrm{cm}^2$ $\quad \rho_{\mathrm{Al}} = 2700\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 2{,}7\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$
$\rho_{\mathrm{réz}} = 8900\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 8{,}9\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$ $\quad m = 0{,}1\ \mathrm{kg} = 100\ \mathrm{g}$
Az alumínium rúdra ható gravitációs erő összeillesztésre vonatkoztatott forgatónyomatéka:
$M_{\mathrm{Al}} = A \cdot L \cdot \rho_{\mathrm{Al}} \cdot \mathrm{g} \cdot \frac{L}{2}$
Az réz rúdra ható gravitációs erő összeillesztésre vonatkoztatott forgatónyomatéka:
$M_{\mathrm{réz}} = A \cdot L \cdot \rho_{\mathrm{réz}} \cdot \mathrm{g} \cdot \frac{L}{2}$
A forgatónyomatékok különbségét az m tömegű test súlyának forgatónyomatéka egyenlíti ki, a test helyét (x) az alátámasztástól mérjük, és x a réz irányában pozitív
$\Delta M = M_{\mathrm{Al}} - M_{\mathrm{réz}} = A \cdot L \cdot \rho_{\mathrm{Al}} \cdot \mathrm{g} \cdot \frac{L}{2} - A \cdot L \cdot \rho_{\mathrm{réz}} \cdot \mathrm{g} \cdot \frac{L}{2} = mgx$

$$x = \frac{A \cdot \mathrm{g}\left(\rho_{\mathrm{Al}}\frac{L^2}{2} - \rho_{\mathrm{réz}}\frac{L^2}{2}\right)}{mg} = \frac{AL^2(\rho_{\mathrm{Al}} - \rho_{\mathrm{réz}})}{2m} = -3{,}1\ \mathrm{cm}$$

Tehát az alumínium felöli oldalon a forrasztástól $\mathbf{3,1\ cm}$-re kell alátámasztani.

2. kategória

2.3.1. a) A legfontosabb megválaszolandó kérdések a következők voltak: kijuthatnak-e egyáltalán a mikrohullámú jelek a világűrbe, milyen mértékben veri vissza a Hold a jeleket, hogyan terjednek ezek a jelek a térben és tudják-e észlelni őket a Földön.

b) A Föld-Hold távolság 381000 km, ezért a jel által megtett út $s = 2 \cdot 381000\ \mathrm{km} = 762000\ \mathrm{km}$. A jel eleje $t = \frac{s}{v} = \frac{762000\ \mathrm{km}}{299792{,}458\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}} = 2{,}54\ \mathrm{s}$ múlva ér vissza. A jel vége pedig az indulástól számítva $t = 0{,}06\ \mathrm{s} + 2{,}54\ \mathrm{s} = 2{,}6\ \mathrm{s}$ múlva érkezik meg.

c) A valóságban a kísérlet 50 percig tartott. A jel visszaérkezése után kicsit vártak a következő jel indításával, 3 másodpercenként küldtek jeleket.

d) A jeladó teljesítménye 3 – 4 kW, így a jeladó egyetlen jel kibocsátásakor $W = P \cdot t$, azaz $W = 3000\ \mathrm{W} \cdot 0{,}06\ \mathrm{s} = 180\ \mathrm{J}$ és $W = 4000\ \mathrm{W} \cdot 0{,}06\ \mathrm{s} = 240\ \mathrm{J}$ érték közötti munkát végzett.

e) Bay Zoltán az idézetben a Debreceni Református Kollégiumban eltöltött 8 diákévre gondolt vissza, ahol a kollégiumi könyvtárban nyolcadikos korában [18 évesen] került kezébe Newton könyve, a Princípia. A Maróthy György általa Debrecenbe hozott Newton-könyv sokáig kísértésben tartotta, hogy lefordítsa latinról magyarra.

2.3.2. $v_{1\text{átl}} = 5\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ $\quad v_{2\text{átl}} = 6\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ $\quad s_1 = s_2 = s$

a) A bicikli teljes menetideje: $t_1 + t_2$. Mivel $t_1 = \frac{s_1}{v_{1\text{átl}}}$ és $t_2 = \frac{s_2}{v_{2\text{átl}}}$, ezért a keresett átlagsebesség:

$$v_{\text{átl,oda-vissza}} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} = 2\frac{v_{1\text{átl}} \cdot v_{2\text{átl}}}{v_{1\text{átl}} + v_{2\text{átl}}} = 2\frac{5\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \cdot 6\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}}{5\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} + 6\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}} = \frac{60}{11}\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 5{,}45\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

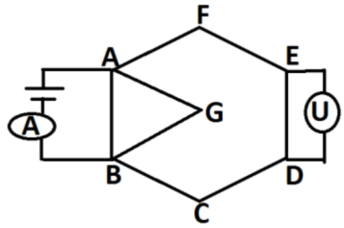
Az oda-vissza úton az átlagsebességünk $\mathbf{5{,}45\frac{km}{h}}$.

b) Az oda-vissza útra mért menetidő $t_3 = t_1 + t_2 = 3\ \mathrm{h}$

$t_3 = \frac{s}{v_{1\text{átl}}} + \frac{s}{v_{2\text{átl}}}$, ezért $s = t_3 \cdot \frac{v_{1\text{átl}} \cdot v_{2\text{átl}}}{v_{1\text{átl}} + v_{2\text{átl}}} = \frac{90}{11}\ \mathrm{km} = 8{,}18\ \mathrm{km}$

A házunktól kalandpark **8,18 km**-re van.

2.3.3. a) A főágban mért áramerősség $I_{\text{főág}} = 0{,}85\ \mathrm{A}$, az ED pontok között mért feszültség $U_{\mathrm{ED}} = 1{,}2\ \mathrm{V}$.



A mellékágak száma: három. Az egyes mellékágakban az ellenállások nagysága:

- az AB ág ellenállása: R_1
- az AGB ág ellenállása: $R_2 = 2 \cdot R_1$
- az AFEDCB ág ellenállása: $R_3 = 5 \cdot R_1$

A párhuzamos kapcsolások miatt: $U_{\mathrm{AB}} = U_{\mathrm{ABG}} = U$

Az ED szakaszon mérhető ellenállás R_1, ezért a teljes R_3 ellenálláson mérhető feszültség $U_{\mathrm{AFEDCB}} = 5 \cdot 1{,}2\ \mathrm{V} = 6\ \mathrm{V}$, ami egyúttal azonos az áramforrás feszültségével.

Az áramforrás feszültsége $\boldsymbol{U} = \mathbf{6\ V}$.

b) Az eredő ellenállás: $R_e = \frac{6\ \mathrm{V}}{0{,}85\ \mathrm{A}} = \mathbf{7{,}058\ \Omega}$

c) Tudjuk, hogy $R_1 : R_2 : R_3 = 1 : 2 : 5$
A mellékágakon belül az egyes ellenállásokon áthaladó áram (mivel sorosan kapcsoltak) ugyanakkora, azaz megegyezik az ágon folyó árammal. A mellékágakban mérhető áramerősség fordítottan arányos azok ellenállásával, tehát:
$I_1 : I_2 : I_3 = 5 : 2{,}5 : 1$, ezért $I_1 = 5\ I_3$ $\quad I_2 = 2{,}5\ I_3$ $\quad 5\ I_3 + 2{,}5\ I_3 + I_3 = 0{,}85\ \mathrm{A}$
$I_3 = \mathbf{0{,}1\ A}$, $\quad I_2 = \mathbf{0{,}25\ A}$, $\quad I_1 = \mathbf{0{,}5\ A}$

2.3.4. $a = 2\ \mathrm{cm}$ $\quad d = 0{,}1\ \mathrm{mm} = 0{,}01\ \mathrm{cm}$ $\quad \rho = 7150 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 7{,}15 \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$ $\quad I = 20\ \mathrm{A}$

A kocka térfogata: $V_1 = a^3 = 8\ \mathrm{cm}^3$
A krómozott kocka térfogata: $V_2 = (a + 2d)^3 = (2{,}02\ \mathrm{cm})^3 = 8{,}242408\ \mathrm{cm}^3$
A króm térfogata: $V_k = V_2 – V_1 = 0{,}242408\ \mathrm{cm}^3$
A króm tömege: $m = \rho \cdot V_k = 7{,}15 \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} \cdot 0{,}242408\ \mathrm{cm}^3 = 1{,}7332172\ \mathrm{g}$
Az idő meghatározása:
1 A erősségű áram hatására 1 s alatt $0{,}18 \cdot 10^{-6}$ kg króm válik ki,
20 A erősségű áram hatására 1 s alatt $0{,}18 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{kg} \cdot 20 = 3{,}6 \cdot 10^{-6}$ kg króm válik ki,
20 A erősségű áram hatására, hány másodperc alatt válik ki 1,733217 g króm

$$\frac{1{,}733217\mathrm{g}}{3{,}6\ 10^{-3} \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{s}}} = 481{,}45\ \mathrm{s}$$

A $0{,}1\ \mathrm{mm}$ vastag krómréteget 481,45 s (8 perc) alatt lehet a kocka felületére elektrolizálni.

2.3.5. $U_A = 10\ \mathrm{V}$ $\quad U_B = 10\ \mathrm{V}$ $\quad P_A = 10\ \mathrm{W}$ $\quad P_B = 20\ \mathrm{W}$ $\quad U_0 = 24\ \mathrm{V}$

a) $R_A = \frac{U_A^2}{P_A} = 10\ \Omega$ $\quad R_B = \frac{U_B^2}{P_B} = 5\ \Omega$
$R_{AB} = R_A + R_B = 15\ \Omega$ $\quad I_A = I_B = \frac{24\mathrm{V}}{15\Omega} = 1{,}6\ \mathrm{A}$
$U_A = R_A \cdot I_A = 16\ \mathrm{V}$ $\quad U_B = R_B \cdot I_B = 8\ \mathrm{V}$
Az egyes fogyasztókon mérhető feszültség $\boldsymbol{U_A} = \mathbf{16\ V}$ és $\boldsymbol{U_B} = \mathbf{8\ V}$.

b) 1. A fogyasztók akkor működnek az előírt 10 V feszültségen, ha az A fogyasztóval olyan R_1 ellenállást kapcsolunk párhuzamosan, hogy az eredő ellenállás éppen a B fogyasztó ellenállásával egyezzen meg.
$R_{\mathrm{Aés1}} = \frac{R_A \cdot R_1}{R_A + R_1}$ $\quad R_{\mathrm{Aés1}} = R_B = 5\ \Omega$
$5\ \Omega = \frac{10\ \Omega \cdot R_1}{10\ \Omega + R_1}$ $\quad R_1 = 10\ \Omega$
Az A fogyasztóval párhuzamosan, 10 Ω-os ellenállást kell kapcsolnunk.

2. A B fogyasztón pedig, ha $U_B = 10\ \mathrm{V}$, akkor $I_B = P_B / U_B = 2\ \mathrm{A}$ erősségű áram folyik. Ehhez a B fogyasztóval sorosan kell kapcsolnunk egy R_2 ellenállást, úgy hogy az áramerősség $I = 2\ \mathrm{A}$ maradjon az áramkörben.
Az eredő ellenállás: $R_{\mathrm{Aés1}} + R_B + R_2$
$I = \frac{U_0}{R_{\mathrm{Aés1}} + R_B + R_2}$ $\quad R_2 = 2\ \Omega$

A B fogyasztóval sorosan egy 2 Ω-os ellenállást kell kapcsolnunk.

c) Az összteljesítmény: $P_{ö} = U_0 \cdot I = \mathbf{48\ W}$.

d) $\eta = \frac{P_A + P_B}{P_{ö}} = \frac{30\ \mathrm{W}}{48\ \mathrm{W}} = 0{,}625$

Az áramkör hatásfoka **62,5%**.

2.3.6. $U = 230\ \mathrm{V}$ $m_{\text{víz}} = 0{,}5\ \mathrm{kg}$ $t = 5\ \mathrm{min} = 300\ \mathrm{s}$ $T_0 = 10\ \mathrm{°C}$

$T_1 = 100\ \mathrm{°C}$ $\Delta T = T_1 – T_0 = 900\ \mathrm{°C}$ $\eta = 78\%$ $c_{\text{víz}} = 4{,}2\ \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg°C}}$

$Q_{\text{hasznos}} = c_{\text{víz}} m_{\text{víz}} \Delta T = 189\ \mathrm{kJ} = 189000\ \mathrm{J}$

$Q_{\text{befektetett}} = \frac{Q_{\text{hasznos}}}{\eta}$ $Q_{\text{befektetett}} = 242{,}30769\ \mathrm{kJ} = 242307{,}69\ \mathrm{J}$

$I = \frac{Q_{\text{befektetett}}}{U \cdot t} = 3{,}511\ \mathrm{A}$

$R = \frac{U}{I} = 65{,}508\ \Omega$

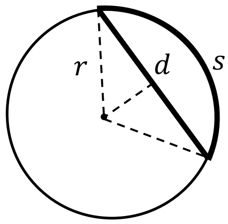
$P = U \cdot I = 230\ \mathrm{V} \cdot 3{,}511\ \mathrm{A} = 807{,}53\ \mathrm{W}$

A merülőforraló ellenállása $R = 65{,}5\ \Omega$ és teljesítménye $P = 807{,}5\ \mathrm{W}$.

3. kategória

3.3.1. a) $v = \frac{2r\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2r\pi}{v} = \boldsymbol{\pi}\ \mathbf{s}$

$t = \frac{\pi}{3} = \frac{T}{3} \Rightarrow$ tehát a test a körív harmadát teszi meg



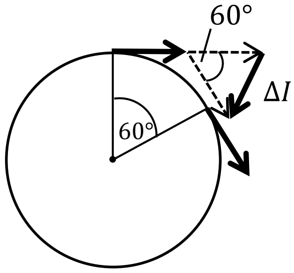
b) $s = \frac{2r\pi}{3} = \frac{10\pi}{3} = \mathbf{10{,}46\ m}$

$\frac{d}{2} = \frac{r\sqrt{3}}{2} \Rightarrow d = r\sqrt{3} = \mathbf{866\ m}$

$t = \frac{\pi}{6}\ s \Rightarrow 60°$-os szögelfordulás

A rendszer geometriája alapján:

$\left|\overrightarrow{\Delta \boldsymbol{I}}\right| = |m\vec{\boldsymbol{v}}| \Rightarrow \Delta I = mv = \mathbf{5\ kg\frac{m}{s}}$



3.3.2 a) Első autó: $s_1 = \frac{v^2}{2a_1} = \frac{400}{10} = 40\ \mathrm{m}$ Második autó: $s_2 = vt + \frac{v^2}{2a_2} = 20 + \frac{400}{8} = 70\ \mathrm{m}$

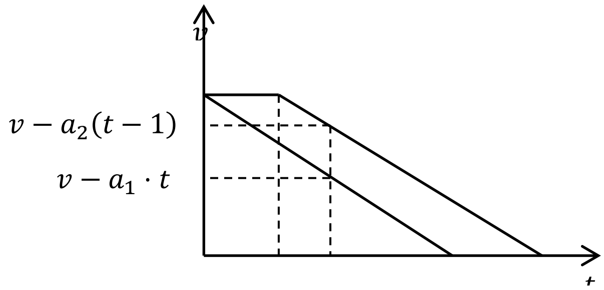
A követési távolság: $d = s_2 - s_1 = \mathbf{30\ m}$

b) A kérdéses időig a második autó 8 m-rel több utat tett meg: $s_2 - s_1 = 8\ \mathrm{m}$

$s_1 = \frac{v+v-a_1 \cdot t}{2} \cdot t$ $s_2 = v \cdot 1 + \frac{v+v-a_2(t-1)}{2} \cdot (t-1)$

$\frac{v+v-a_1 \cdot t}{2} \cdot t + 8 = v \cdot 1 + \frac{v+v-a_2(t-1)}{2} \cdot (t-1)$

Az egyenlet megoldása után $t = \mathbf{2\ s}$.



3.3.3. $mv_0 = (m+M)v \Rightarrow mv_0 = 11\,m \cdot v$

$v = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

$F_\mathrm{k} - (m+M)\mathrm{g} = (m+M)\frac{v^2}{l}$

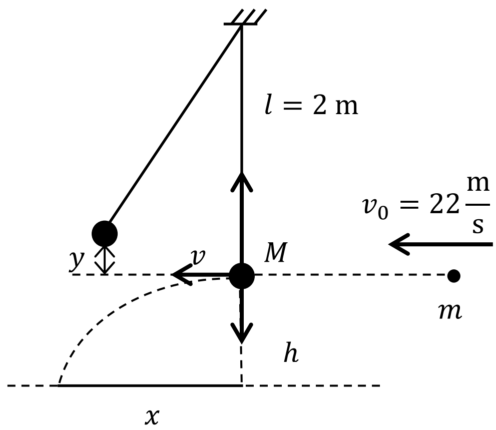
$F_\mathrm{k} = (m+M)\left(\mathrm{g} + \frac{v^2}{l}\right)$

$F_\mathrm{k} = 5{,}5(10+2) = 66\ \mathrm{N}$

a) $F_{\mathrm{k}_\mathrm{max}} = 60\ \mathrm{N} < 66\ \mathrm{N}$

A kötél elszakad, a test vízszintes hajítással a talajra érkezik, az ábra szerinti x távolságra.

$$x = v\sqrt{\frac{2h}{\mathrm{g}}} = \mathbf{0{,}8\ m}$$



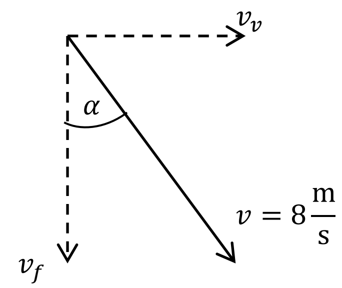
b) $F_{\mathrm{k}_\mathrm{max}} = 70\ \mathrm{N} > 66\ \mathrm{N}$

A test a kötélen marad, köríven mozog, y magasságig emelkedik: $y = \frac{v^2}{2\mathrm{g}} = \frac{4}{20} = \mathbf{0{,}2\ m}$

3.3.4. $\alpha = 30°$ miatt $v_v = 4\frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_f = \frac{8\cdot\sqrt{3}}{2}\frac{\text{m}}{\text{s}}$

$V_y = A_1 \cdot h = A_1 \cdot v_f \cdot t$, $V_x = A_2 \cdot v_v \cdot t$

$\frac{V_x}{V_y} = \frac{A_2\cdot 4}{A_1\cdot 4\sqrt{3}} \Rightarrow V_x = \frac{10\ l\cdot 1{,}5\ \text{m}^2}{1\ \text{m}^2\cdot\sqrt{3}} = \mathbf{8{,}66\ liter}$



3.3.5. $v_{\text{rel}} = v_1 + v_2$

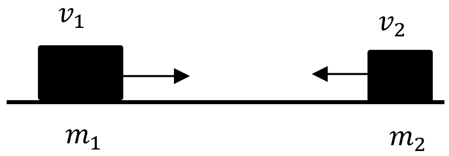
$m_1 = 2m_2$

$m_1v_1 - m_2v_2 = 0 \to m_1v_1 = m_2(v_2 - v_1) \to$

$2m_2v_1 = m_2(60 - v_1)$

$2v_1 = 60 - v_1$

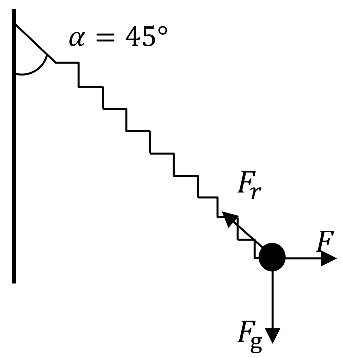
$v_1 = \mathbf{20}\frac{\mathbf{cm}}{\mathbf{s}}$, $v_2 = \mathbf{40}\frac{\mathbf{cm}}{\mathbf{s}}$



3.3.6. a) A rendszer geometriájából adódóan a rugóra:

$F_g = mg \to F_r = mg\sqrt{2} = \mathbf{7{,}07N}$

b) Ha ebből a helyzetből elengedjük a testet, az F erő megszűnik, a másik két erő eredője vízszintes és $F_g = mg$ nagyságú, ezért gyorsulás vízszintes irányú és $\boldsymbol{a} = \mathbf{g}$.



3.3.7. Ha $\alpha = 45°$, akkor $v_0 = v_y$ kell, hogy legyen!

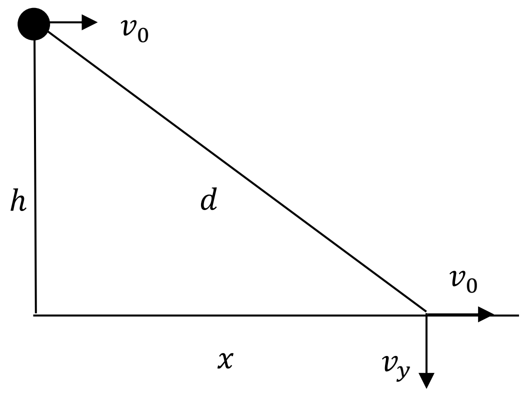
a) $v_y^2 = 2gh \to v_0 = v_y \to v_0^2 = 2gh$

$h = \frac{v_0^2}{2g} \to h = \frac{1}{2}gt^2 \to h = \mathbf{31{,}25\ m}$

$v_0 = \sqrt{2gh} = \mathbf{25}\ \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}$

b) $x = v_0t = 62{,}5\ \text{m}$

$d = \sqrt{h^2 + x^2} = \sqrt{31{,}25^2 + 62{,}5^2} = \mathbf{69{,}88\ m}$



3.3.8. A rugóban tárolt energia maximuma akkor van, amikor a két test sebessége egyenlő nagy.

$m_2v_2 = (m_1 + m_2)v \Rightarrow v = \frac{2}{5}\frac{\text{m}}{\text{s}}$

$E_{\text{rug}} = \frac{1}{2}\ m_2v_2^2 - \frac{1}{2}\ (m_1 + m_2)v^2 = 1 - \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot 2{,}5 = 0{,}6\ \text{J}$

4. kategória

4.3.1. a) $F \cdot \cos\alpha = F_s = \mu F_{ny}$

$F \cdot \sin\alpha + F_{ny} = mg \;\Rightarrow\; F \cdot \cos\alpha = \mu(mg - F \cdot \sin\alpha)$

$\mu = \frac{F \cdot \cos\alpha}{mg - F \cdot \sin\alpha} = \frac{10\frac{\sqrt{2}}{2}}{50 - 10\frac{\sqrt{2}}{2}} = 0{,}16$

$\mu = \mathbf{0{,}16}$

b) Ha $\alpha = 30^0$ $\quad F \cdot \cos\alpha = 8{,}66\ \mathrm{N}$

$F_s = \mu(mg - F \cdot \sin\alpha) = 7{,}2\ \mathrm{N} \Rightarrow$ **a test gyorsul**

Ha $\alpha = 60^0$ $\quad F \cdot \cos\alpha = 5\ \mathrm{N}$

$F_s = \mu(\mathrm{mg} - F \cdot \sin\alpha) = 6{,}61\ \mathrm{N}$ lehetne, de természetesen a súrlódási erő csak 5 N. **A test nyugalomban marad, ha eredetileg állt. Ha mozgásban volt, egyenletesen lassulva megáll.**

4.3.2. Lásd a 3.3.4. feladat megoldását.

4.3.3. A víz-cukor arányának megfelelően 5 g fagylaltban $m_v = 4{,}16$ g víz és $m_c = 0{,}83$ g cukor van. A cukor égéshője vagy tápértéke $L_c = 16{,}5\ \frac{\mathrm{MJ}}{\mathrm{kg}}$.

A szervezetünk által felvett energia: $Q_{fel} = L_c m \approx 13{,}7\ \mathrm{kJ}$

A szervezetünk által leadott energia, feltételezve, hogy a cukor nem melegszik fel, hanem azonnal elkezdi a szervezet hasznosítani:

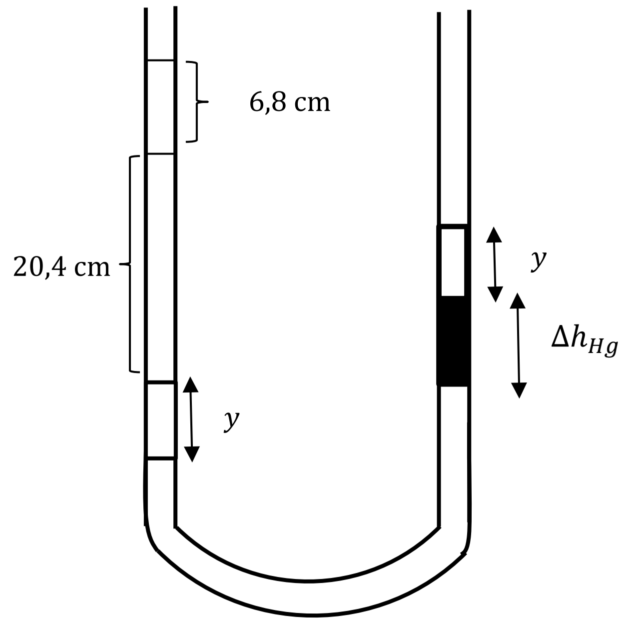
$Q_{le} = c_j m_v \Delta T + m_v L_v + c_v m_v \Delta T = 2100 \cdot 4{,}16 \cdot 10^{-3} \cdot 10 + 334000 \cdot 4{,}16 \cdot 10^{-3} + 4200 \cdot 4{,}16 \cdot 10^{-3} \cdot 37 \approx 2{,}12\ \mathrm{kJ}$

$Q_{fel} > Q_{le}$, vagyis a szervezetünk energia mérlege erősen pozitív, ezt nem befolyásolja a cukor melegedésének elhanyagolása

4.3.4. a) Ha az U alakú cső baloldali szárába 20,4 cm vízoszlopot töltünk, akkor a két szár higany szintjének különbsége:

$\rho_v \cdot \mathrm{g} \cdot 20{,}4 = \rho_{\mathrm{Hg}} \cdot \mathrm{g} \cdot \Delta h_{\mathrm{Hg}}$

$\Delta h_{\mathrm{Hg}} = \mathbf{1{,}5\ cm}$



b) A 6,8 cm hosszú vízoszlop betöltésekor a baloldali szárban y -nal lejjebb kerül a Hg szint, a jobb oldaliban y-nal feljebb. A két szárbeli különbség $2y$ -nal nő meg.

$\rho_v \cdot \mathrm{g} \cdot 6{,}8 = \rho_{\mathrm{Hg}} \cdot \mathrm{g} \cdot 2y$

$y = \mathbf{0{,}25\ cm}$

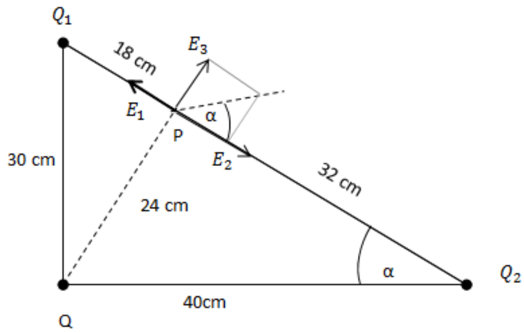
4.3.5. a) Az átáramló gáz térfogat a $pV = \frac{m}{M}\mathrm{R}T$ összefüggés alapján, vagy rögtön a sűrűség definíciója alapján:

$\frac{m}{V} = \rho = \frac{pM}{\mathrm{R}T} = \frac{5\cdot 10^5\cdot 0{,}028}{8{,}31\cdot 290} = 5{,}81\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$

b) Az átáramló gáz sebessége:

$V = \frac{m}{\rho} = Al \rightarrow l = \frac{2{,}5}{5{,}81\cdot 6\cdot 10^{-4}} = 717{,}15\ \mathrm{m}$

$v = \frac{l}{t} = \frac{717{,}15}{5\cdot 60} = 2{,}39\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$



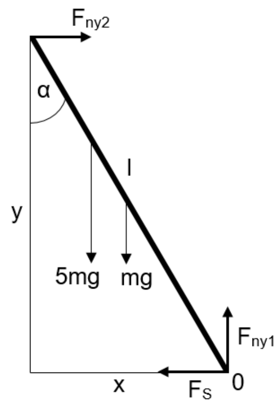
4.3.6. a) Egyensúly esetén a két erőpár fogató nyomatékának abszolút értéke megegyezik egymással.

$F_s \cdot \mu = \frac{mg\cdot x}{2} \Longrightarrow F_s = \mu \cdot F_{ny1} = \mu \cdot mg$

$\mu \cdot mg \cdot y = \frac{1}{2}mgx$

$\mu = \frac{1}{2}\frac{x}{y} = \frac{1}{2}\mathrm{tg}\,\alpha \Rightarrow \ \mu = 0{,}29$

A korrekt válasz $\mu \geq 0{,}29$



b) Most α helyett valamilyen β szög, és forgatónyomaték a 0 pontban.

$mg \cdot \frac{x'}{2} + 5 \cdot mg \cdot \frac{3}{4}x' = f_s' \cdot y'$ ahol $F_s' = \mu \cdot 6mg$

$mg \cdot \frac{x'}{2} + 5 \cdot mg \cdot \frac{3}{4}x' = \mu \cdot 6\,m \cdot y' \Rightarrow 17x' = 24\mu \cdot y'$

$\frac{x'}{y'} = \mathrm{tg}\beta = \frac{24\mu}{17} = \frac{24}{17}\cdot\frac{1}{2}\mathrm{tg}\alpha$

$tg\beta = 0{,}4075$

$\boldsymbol{\beta = 22{,}17°}$

4.3.7. A derékszögű háromszög induló adataiból a szükséges adatok kiszámíthatók.

$E_1 = \mathrm{k}\frac{Q_1}{{r_1}^2} = 3515{,}625\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}$ $\qquad E_2 = \mathrm{k}\frac{Q_2}{{r_2}^2} = 13888{,}8\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}$

A kérdéses P pontban a kettő eredője a Q_1 felé mutat és nagysága $E = E_2 - E_1 = 10373{,}26\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}$. Hogy az eredő térerősség vízszintes legyen, az E_3 az ábrának megfelelő kell legyen! Ekkor az kell, hogy a **Q töltés pozitív legyen**!

Másrészt: $\mathrm{tg}\alpha = \frac{E_3}{E_2 - E_1} = \frac{\mathrm{k}\frac{Q}{{r_3}^2}}{10373{,}26} = \frac{3}{4}$

$\underline{Q = 4{,}98 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{C}}$

4.3.8. $m_1 \cdot v_1 = m_2 \cdot v_2 + m_1 \cdot v_1'$

$m_1 \cdot v_1' = (m_1 + m_3)V_3 = 4 \cdot 0{,}8 = 3{,}2\ \mathrm{kg}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

$v_2 = \frac{(m_1\cdot v_1 - m_1\cdot v_1')}{m_2} = \frac{0{,}01\cdot 400 - 3{,}2}{2} = 0{,}4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$