1. kategória

1.2.1. a) A méz sűrűségét a víztartalma és a hőmérséklete befolyásolja.

b) A méz sűrűsége 20 %-os víztartalom mellett $1{,}39 - 1{,}47\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$.

1.2.2. Adatok:

$d = 5{,}4\,\mathrm{mm}$ $\quad m = 2{,}7\,\mathrm{mm}$ $\quad r = 2{,}7\,\mathrm{mm}$

$a = 3{,}1\,\mathrm{mm}$ $\quad M = 11{,}3\,\mathrm{mm}$

$\rho_{\mathrm{nektár}} = 1{,}2\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{dm}^3} = 1{,}2\frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{mm}^3}$

Megoldás:

I. A hatszög alapú hasáb térfogata:

$$V = 3 \cdot a \cdot m \cdot M = 283{,}74\,\mathrm{mm}^3$$

A nektár tömege:

$$m = \rho_{\mathrm{nektár}} \cdot V = 1{,}2\frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{mm}^3} \cdot 283{,}74\,\mathrm{mm}^3 = 340{,}49\,\mathrm{mg}$$

A méhsejtbe 340,49 mg nektár kerül.

II. Ha hengernek tekintjük:

$$V = r^2 \cdot \pi \cdot M = 258{,}66\,\mathrm{mm}^3$$

A nektár tömege:

$$m = \rho_{\mathrm{nektár}} \cdot V = 1{,}2\frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{mm}^3} \cdot 258{,}66\,\mathrm{mm}^3 = 310{,}3\,\mathrm{mg}$$

A méhsejtbe 310,3 mg nektár kerül.

1.2.3. Adatok:

$V = 30\,\mathrm{mm}^3$ $\quad \rho_{\mathrm{nektár}} = 1{,}2\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{dm}^3} = 1{,}2\frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{mm}^3}$

Megoldás:

a) Egy –egy forduló során beszállított nektár tömege

$m_{\mathrm{nektár}} = V \cdot \rho_{\mathrm{nektár}} = 36\,\mathrm{mg}$

Ennek 55%-a víz, azaz $m_{\mathrm{víz}} = m_{\mathrm{nektár}} \cdot 0{,}55 = 19{,}8\,\mathrm{mg}$.

Így 19,8 mg víz van a nektárban és 16,2 mg méz.

b) 16,2 mg méz van a nektárban, ami a kész méz 81%-a.

azaz, $m_{\mathrm{kész\ méz}} \cdot 0{,}81 = 16{,}2\,\mathrm{mg}$, amiből a kész méz tömege $m_{\mathrm{kész\ méz}} = 20\,\mathrm{mg}$.

Az egy forduló során behozott nektárból 20 mg méz lesz.

1.2.4. A nektárt a lép falán vékonyrétegben felkenik, ezzel növelik a párologtatás felületét. A szárnymozgatással, szárnycsapkodással eltávolítják az elpárolgott vizet. Mindkettővel a párolgás sebességét növelik.

1.2.5. 1 kg víz elpárologtatásához 2400 kJ energiát használnak fel a méhek.

20 l víz tömege 20 kg, 20 kg víz elpárologtatásához 20·2400 kJ=48000 kJ energiát használnak fel a méhek.

A nektár 1 kg-ja 6000 kJ energiát szolgáltat, ezért 48000 kJ energiához 8 kg nektár szükséges.

A virágzás 12 napja alatt 20 l víz elpárologtatásához 8 kg nektár szükséges.

1.2.6. <u>Adatok:</u>

$s = 2\ \mathrm{km}$ $\quad v_{\text{teher nélkül}} = 8\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ $\quad v_{\text{megrakodva}} = 6\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$

<u>Megoldás:</u>

A repülés ideje:

$t_{\text{teher nélkül}} = \frac{2\ \mathrm{km}}{8\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}} = \frac{1}{4}\ \mathrm{h}$ $\quad t_{\text{megrakodva}} = \frac{2\ \mathrm{km}}{6\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}} = \frac{1}{3}\ \mathrm{h}$

$t_{\text{összes}} = \frac{1}{4}\mathrm{h} + \frac{1}{3}\mathrm{h} = \frac{7}{12}\ \mathrm{h}$

$s_{\text{összes}} = 4\ \mathrm{km}$

$v_{\text{átlag}} = \frac{s_{\text{összes}}}{t_{\text{összes}}} = \frac{4\ \mathrm{km}}{\frac{7}{12}\ \mathrm{h}} = 6{,}86\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$

A teljes útra számított átlagsebessége $\mathbf{6{,}86\,\frac{km}{h}}$.

1.2.7. <u>Adatok:</u>

$V = 30\ \mathrm{mm}^3$ $\quad s = 2\ \mathrm{km}$ $\quad m = 53\ \mathrm{kg} = 5{,}3 \cdot 10^7\ \mathrm{mg}$

$\rho_{\text{nektár}} = 1{,}2\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{dm}^3} = 1{,}2\,\frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{mm}^3}$

<u>Megoldás:</u>

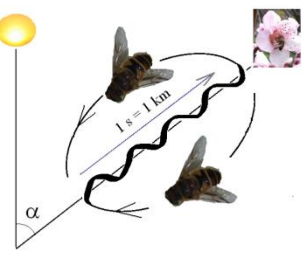
$m_{\text{nektár}} = \rho_{\text{nektár}} \cdot V = 36\ \mathrm{mg}$

A fordulók száma: $n = \frac{m}{m_{\text{nektár}}} = 53 \cdot \frac{10^6\ \mathrm{mg}}{36\ \mathrm{mg}} = 1{,}47 \cdot 10^6$

A összes megtett út $s_{\text{összes}} = n \cdot 2s = 1{,}47 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 2\ \mathrm{km} = 5{,}88 \cdot 10^6\ \mathrm{km}.$

A család gyűjtőtagjai összesen $\mathbf{5{,}88 \cdot 10^6}$ km-t tesznek meg.

1.2.8. A felderítők egy tánc segítségével adják a többiek tudtára, hol van a nektár forrása. A tánc értelmének kódolásához a többiek a Napot veszik viszonyítási alapnak. A fürkész valójában a Nap és a lelőhely által bezárt szöget rajzolja le táncával (a szög a kasból indul ki). Potrohukat ide-oda rázzák, megpróbálnak vele nyolcasokat leírni. A leírt nyolcasok középső tengelye határozza meg, mely égtáj felé kell társainak repülniük a Naphoz képest, a nektárlelőhely megtalálásának reményében. A tánc iránya a függőlegestől akkora szögben tér el, amekkora a táplálék irányának szögeltérése a Naphoz viszonyítva.



A lelőhely távolságát a kastól a fürkész táncának időbeli hosszúsága határozza meg. (*Kép forrása: Wikipedia*)

2. kategória

2.2.1. Adatok:

$V = 30\ \mathrm{mm}^3$ $\quad s = 3\ \mathrm{km}$ $\quad m = 53\ \mathrm{kg} = 5{,}3 \cdot 10^7\ \mathrm{mg}$

$\rho_{\text{nektár}} = 1{,}2\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{dm}^3} = 1{,}2\,\frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{mm}^3}$

Megoldás:

$m_{\text{nektár}} = \rho_{\text{nektár}} \cdot V = 36\ \mathrm{mg}$

A fordulók száma: $n = \frac{m}{m_{\text{nektár}}} = 53 \cdot \frac{10^6\ \mathrm{mg}}{36\ \mathrm{mg}} = 1{,}47 \cdot 10^6$

A összes megtett út $s_{\text{összes}} = n \cdot 2s = 1{,}47 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 3\ \mathrm{km} = 8{,}82 \cdot 10^6\ \mathrm{km}.$

A család gyűjtőtagjai összesen $\mathbf{8{,}82 \cdot 10^6}$ km-t tesznek meg.

2.2.2. Azt az anyagot láthatjuk átlátszónak, amelyen a fénysugár sugár formában áthaladhat. A habverés során levegőt viszünk a tojásfehérjébe, sok kis légbuborék keletkezik. (A jó tojáshab készítésénél az a cél, hogy ezeknek a légbuborékoknak méretét csökkentsük, miközben számukat növeljük.) A habbá felvert tojásfehérje tehát apró légbuborékokból áll, amelyek a fényt különböző irányokban szórják szét. Az ilyen anyag vékony rétegben áttetsző, vastagabb rétegben átlátszatlan.

2.2.3. a) 1. A leggyakoribb megoldás az, ha az első izzót kicserélem egy biztosan jó izzóra, majd a kivett izzót behelyezem a következő helyére, és így tovább (közben ki-be kell kapcsolgatni az izzósort...), amíg eljutunk a rossz izzóhoz, azt kicserélve már világít is a fényfüzér.

2. Az izzók ellenőrzésére megoldás lehet egy hagyományos lapos elem. Ennek a 4,5 voltos feszültsége szinte minden izzószálat képes némi derengésre bírni.

3. Ha pedig az izzónak látszólag semmi hibája nincs, mégis úgy viselkedik, mintha kiégett volna, ennek okát az érintkezők eloxidált felülete is okozhatja, amely gátolja az áram további jutását.

b) Az izzókat azonos névleges feszültségű, vagy annál 1-2 V-al magasabb értékű új izzóval szabad kicserélni.

Adatok:

Eredeti izzók $P = 5\ \mathrm{W}$

1. izzó $P_1 = 1{,}25\ \mathrm{W}, U_1 = 5\ \mathrm{V}$ $\qquad$ 2. izzó $P_2 = 7{,}2\ \mathrm{W}, U_2 = 12\ \mathrm{V}$

$U = 230\ \mathrm{V}$ $\quad n = 23\ \mathrm{db}$

Megoldás:

Eredeti izzók: $U = \frac{230\mathrm{V}}{n} = 10\ \mathrm{V}$ $\qquad I = \frac{P}{U} = 0{,}5\ \mathrm{A}$ $\qquad R = \frac{U}{I} = 20\ \Omega$

1. izzó $I_1 = \frac{P_1}{U_1} = 0{,}25\ \mathrm{A}$ és $R_1 = \frac{U_1}{I_1} = 20\ \Omega$

2. izzó $I_1 = \frac{P_1}{U_1} = 0{,}6\ \mathrm{A}$ és $R_1 = \frac{U_1}{I_1} = 20\ \Omega$

Mindkét izzónak azonos az ellenállása $R_1 = R_2 = 20\ \Omega$. Így, az izzósor eredő ellenállása mindkét izzó esetén $R = n \cdot R_1 = 23 \cdot 20\ \Omega = 460\ \Omega$. A fényfüzéren átfolyó áram erőssége $I = \frac{U}{R} = \frac{230\ \mathrm{V}}{460\ \Omega} = 0{,}5\ \mathrm{A}.$

Ha az 1. izzót helyezzük be a rossz izzó helyére, a rajta áthaladó áram erőssége (0,5 A) kétszeresére lenne annak, ami egyébként szükséges ahhoz, hogy teljes fénnyel világítson ($I_1 = 0{,}25\ \mathrm{A}$). Ezt a túlterhelést a zsebizzó nem bírja, tönkre megy. A 2. izzó behelyezésénél gyengébben világít az izzó, de tartósan.

A 2. izzót (12 V/7,2 W) kell behelyezni.

2.2.4. Adatok:

$Q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$ (e = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C)

$U = 10\ \mathrm{V}$ $m_e = 9{,}1095 \cdot 10^{-31}$ kg

Megoldás:

a) Az elektrosztatikus mező által végzett munka

$W = U \cdot Q W = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C} \cdot 10\ \mathrm{V} = \mathbf{1{,}6 \cdot 10^{-18}\ J}$

b) $W = 1{,}6 \cdot 10^{-18}$ J-lal nő meg a mozgási energiája.

c) $W = \frac{1}{2} m v^2 \ \rightarrow v = \sqrt{\frac{2W}{m}} \approx 1{,}87 \cdot 10^6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Sebessége $\mathbf{1{,}87 \cdot 10^6\ \frac{m}{s}}$ lesz.

2.2.5. Adatok:

$R_1 = 100\ \Omega \quad R_2 = 200\ \Omega$

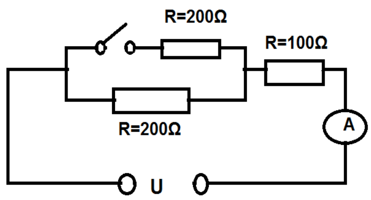
$I_z - I_{ny} = 0{,}01\ \mathrm{A}$

Megoldás:

Nyitott kapcsolóállás esetén az eredő ellenállás:

$R_{ny} = R_1 + R_2 = 300\ \Omega.$

Ekkor az áramerősség: $I_{ny} = \frac{U}{R_{ny}}$.



Zárt kapcsolóállás esetén az eredő ellenállás:

$R_z = R_1 + \frac{R_2}{2} = 200\ \Omega.$

Ekkor az áramerősség: $I_z = \frac{U}{R_z}$.

Mivel $I_z - I_{ny} = 0{,}01\ \mathrm{A}$, ezért $0{,}01\ \mathrm{A} = \frac{U}{R_z} - \frac{U}{R_{ny}}$ és $0{,}01\ \mathrm{A} = \frac{U}{600\ \Omega}$, ebből $U = 6\ \mathrm{V}$.

Az energiaforrás feszültsége $\boldsymbol{U = 6\ \mathrm{V}}$.

2.2.6. Adatok:

$l = 100\ \mathrm{m} \qquad h = 20\ \mathrm{m} \qquad m = 80\ \mathrm{kg}$

Megoldás:

a) Ha eltekintünk a súrlódástól, a munka $W_1 = 800\mathrm{N} \cdot 20\mathrm{m} = 16000\ \mathrm{J}$, a húzóerő $F_h = \frac{W_1}{l} = \frac{16000\ \mathrm{J}}{100\ \mathrm{m}} = \mathbf{160\ N.}$

b) A súrlódási erő $F_s = 800\ \mathrm{N} \cdot 0{,}05 = 40\ \mathrm{N}$

A súrlódás miatt a húzóerő $F_{h,s} = 160\ \mathrm{N} + 40\ \mathrm{N} = 200\ \mathrm{N}$, a végzett munka

$W_2 = 200\ \mathrm{N} \cdot 100\ \mathrm{m} = \mathbf{20000\ J}$.

2.2.7. Adatok:

$A = 200\ \mathrm{m}^2$

$h = 2 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}$

$T_1 = -2\ ℃$ $T_2 = 5\ ℃$ $T = 0\ ℃$

$t = 2\ \mathrm{h} = 7200\ \mathrm{s}$

$\rho_{\text{hó}} = 100\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ $\rho_{\text{víz}} = 1000\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$

$c_{\text{hó}} = 2{,}1 \cdot 10^3\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\ ℃}$ $c_{\text{víz}} = 4{,}2 \cdot 10^3\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\ ℃}$

$L_{\text{hó}} = 3{,}35 \cdot 10^5\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}$

Megoldás:

A hó tömege: $m = \rho_{\text{hó}} A\, h = 100\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 200\ \mathrm{m}^2 \cdot 2 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m} = 400\ \mathrm{kg}$

Ennek felmelegítéséhez $Q_1 = c_{\text{hó}}\, m\left(T - T_1\right) = 2{,}1 \cdot 10^3\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\ ℃} \cdot 400\ \mathrm{kg} \cdot 2\ ℃ = 1{,}68 \cdot 10^6\ \mathrm{J}$ energia szükséges

A hó felének felolvasztásához $Q_2 = \frac{m}{2} L_{\text{hó}} = \frac{400\ \mathrm{kg}}{2} \cdot 3{,}35 \cdot 10^5\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}} = 6{,}7 \cdot 10^7$ J energia kell

A lehűlő víz tömege: $m_{\text{víz}} = \frac{Q_1 + Q_2}{c_{\text{víz}} \cdot (T2 - T)} = \frac{1{,}68 \cdot 10^5\ \mathrm{J} + 6{,}7 \cdot 10^7\ \mathrm{J}}{4{,}2 \cdot 10^3 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}℃} \cdot 5℃} = 3{,}27 \cdot 10^3\ \mathrm{kg}$

A vízoszlop magassága: $d = \frac{m_{\text{víz}}}{A \cdot \rho_{\text{víz}}} = \frac{4{,}04 \cdot 10^3\ \mathrm{kg}}{200\ \mathrm{m}^2 \cdot 1000 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}} = 1{,}635 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m} = 16{,}35\ \mathrm{mm}$

A két óra alatt 16,35 mm eső esett.

2.2.8. A hó struktúrájának és porózusságának köszönhetően kiváló hangelnyelési tulajdonságú. A hangelnyelés az anyag azon tulajdonsága, amely a hanghullámokat elnyeli nem pedig visszaveri. Ezen tulajdonsága révén az anyag az akusztikai energiát többnyire hőenergiává alakítja át. A hó természetes hangelnyelő anyagnak tekinthető. A természetes hangelnyelő anyagok főként porózus hangelnyelők. A porózus elnyelés olyan anyagokban érhető el, amelyek nyílt, levegős pórusúak. Ilyen anyagok például az ásványgyapot, textíliák, kárpitozott bútorok, lyukacsos rostlemezek, néhány burkolóanyag, … és a természetben például a hó.

Hatvani István fizikaverseny 2015-16.
2. forduló megoldások

3. kategória

3.2.1. $v_1 = 108\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 30\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$\Delta v = a \cdot t = 7{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v_2 = 37{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

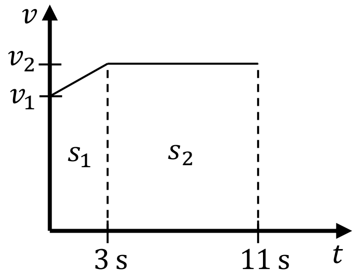
$s_1 = \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot t_1 = \frac{30\ \frac{\text{m}}{\text{s}} + 37{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} \cdot 3\ \text{s}$

$s_1 = 101{,}25\ \text{m}$

$s_2 = v_2 \cdot \Delta t = 37{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 8\ s = 300\ \text{m}$

$s_{\text{ö}} = s_1 \cdot s_2 = \mathbf{401{,}25\ m}$

$v_{\text{átl}} = \frac{s_{\text{ö}}}{t_{\text{ö}}} = \frac{401{,}25\ \text{m}}{11\ \text{s}} = \mathbf{36{,}48\ \frac{m}{s}}$



3.2.2. <u>Odautazás:</u> Dubai 3 időzónával Budapesttől keletre található, ezért: $14^{40} \to (23^{05} - 3) = 20^{05} \Rightarrow$ 5 óra 25 perc az utazási idő

Sydney 9 időzónával (+1 óra a nyári időszámítás miatt) Budapesttől keletre van, ezért: $(9^{35} - 3) \to (6^{30} - 10) = 6^{35} - 20^{30} \Rightarrow$ 13 óra 55 perc az utazási idő

A teljes utazási idő: $t_1 = 5$ óra 25 perc + 13 óra 55 perc = **19 óra 20 perc**

<u>Visszautazás:</u>

$19^{45} \to (6^{05} + 7) \Rightarrow$ 17 óra 20 perc utazási idő

$8^{50} \to (12^{05} + 3) \Rightarrow$ 6 óra 15 perc utazási idő

A teljes utazási idő: $t_2 = 17$ óra 20 perc + 6 óra 15 perc = **23 óra 35 perc**

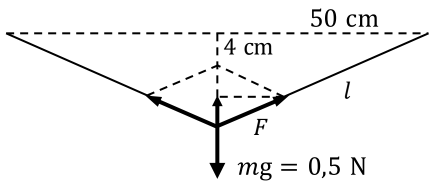
3.2.3. $l = \sqrt{(50\ \text{cm})^2 + (4\ \text{cm})^2} = 50{,}16\ \text{cm} \Rightarrow \Delta l = 0{,}16\ \text{cm}$

Hasonló háromszögek alapján:

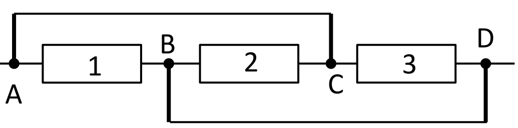
$\frac{mg}{2F} = \frac{4\ \text{cm}}{50{,}16\ \text{cm}}$

$F = \frac{50{,}16\ \text{cm} \cdot 0{,}5\ \text{N}}{8\ \text{cm}} = 3{,}135\ \text{N}$

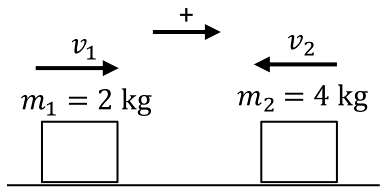
$k = \frac{F}{\Delta l} = \mathbf{19{,}59\ \frac{N}{cm}}$



3.2.4. Három (vagy több) ellenállás akkor van párhuzamosan kapcsolva, ha egy-egy végük egy-egy közös (ekvipotenciális) pontba össze van kötve. Ez a fenti kapcsolással valósítható meg.



3.2.5. a) Lendület-megmaradás törvénye a választott irányoknak megfelelően:



$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = 0$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2}{v_1} = \mathbf{\frac{1}{2}}$$

b) Ugyanúgy haladnak, együtt v_1 irányában $\frac{v_1}{2}$-vel.

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2)\frac{v_1}{2} \implies m_1 v_1 - \frac{m_1}{2} v_1 - \frac{m_2}{2} v_1 = m_2 v_2 \implies$$

$$v_1 \left(\frac{m_1}{2} - \frac{m_2}{2}\right) = m_2 v_2 \implies \frac{v_2}{v_1} = \frac{m_1 - m_2}{2m_2} = -\frac{2}{8} = -\mathbf{\frac{1}{4}}$$

Vagyis az m_1 tömegű test az m_2 tömegű test után halad.

Szemben haladnak és ütközés után a közös sebesség v_1-gyel ellentétes.

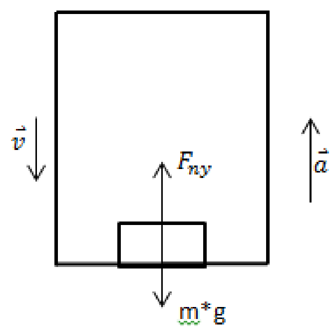
$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = -(m_1 + m_2)\frac{v_1}{2} \implies m_1 v_1 + \frac{m_1}{2} v_1 + \frac{m_2}{2} v_1 = m_2 v_2 \implies$$

$$v_1 \left(\frac{3}{2} m_1 + \frac{m_2}{2}\right) = m_2 v_2 \implies \frac{v_2}{v_1} = \frac{3m_1 + m_2}{2m_2} = \frac{6+4}{8} = \frac{10}{8} = \mathbf{1,25}$$

3.2.6. $F_{ny} - mg = ma = m\frac{v}{t}$

$$t = \frac{mv}{F_{ny} - mg} = \frac{500 * 6}{8000 - 5000} = 1 \text{ s}$$

$$s = \frac{vt}{2} = \mathbf{3\ m}$$



3.2.7. $s = \frac{vt}{2} \to v = \frac{2s}{t} = \frac{16}{5} = 3{,}2\frac{m}{s}$

$$F_{t_1} - mg = ma$$

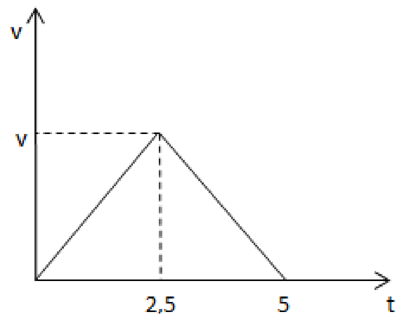
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{3{,}2}{2{,}5} = 1{,}28\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

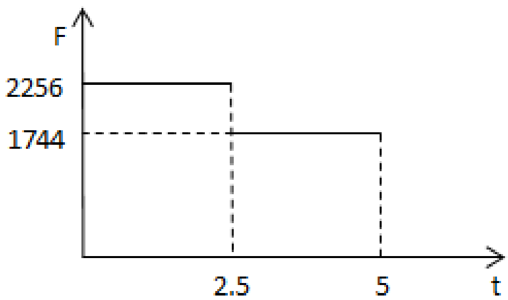
$$F_{t_1} = m(a + g) = 2256\text{N}$$

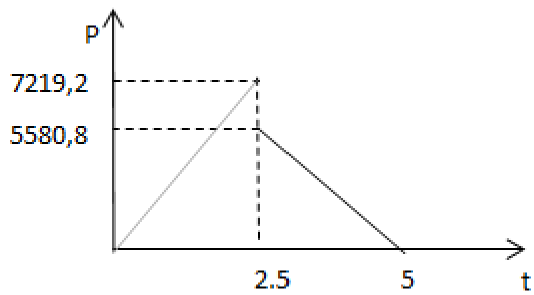
$$F_{t_2} = m(g - a) = 1744\text{N}$$

$$P = Fv \to P_{1\max} = 2256 * 3{,}2 = 7219{,}2 \text{ W}$$

$$P_{2\max} = 1744 * 3{,}2 = 5580{,}8 \text{ W}$$







3.2.8. 1,5 s alatt $\frac{v_0}{2} \Longrightarrow$ 0-ra csökkent

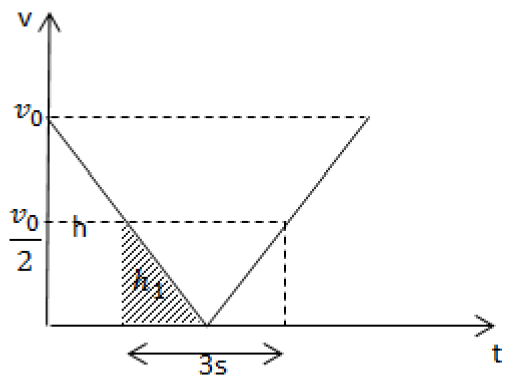
3s alatt $v_0 \Longrightarrow$ 0-ra csökkent

$t_\mathrm{e} = \frac{v_0}{g} \Longrightarrow \boldsymbol{v_0 = 30\,\frac{m}{s}}$

$h_1 = \frac{\frac{v_0}{2}t}{2} = \frac{30}{4} * 1{,}5 = \mathbf{11{,}25\ m}$

$h = 3h_1 = 33{,}75\ \mathrm{m}$

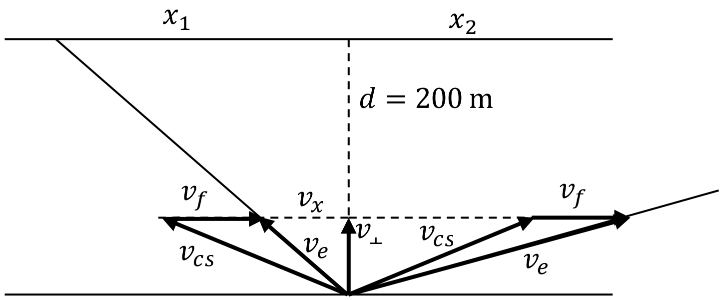
$\Delta s = 2h_1 = \mathbf{22{,}5\ m}$



4. kategória

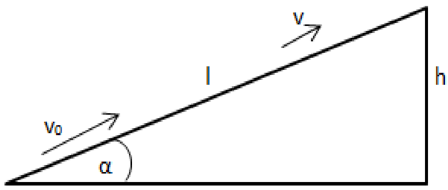
4.2.1. Lásd a 3.2.2. megoldást!

4.2.2. Az átkeléshez a folyóra merőleges sebesség kell: $v_\perp = \frac{d}{t} = \frac{200\text{ m}}{300\text{ s}} = \frac{2}{3}\frac{\text{m}}{\text{s}}$



Ez a minimális sebesség.
A csónak $\overrightarrow{v_l} = \overrightarrow{v_{cs}} + \overrightarrow{v_f}$ sebességgel az ábrán látható irányban, halad úgy, hogy $v_\perp$ sebességgel az átkelést biztosítja, míg v_x sebességgel, folyással szemben, távolodik a merőleges iránytól.
A hasonlóság alapján: $x_1 = \frac{2{,}14}{\frac{2}{3}}\cdot 200 = \mathbf{643{,}2\ m}$
Ha a folyásirányban haladunk: $\overrightarrow{v_e} = \overrightarrow{v_{cs}} + \overrightarrow{v_f}$, ennek vízszintes komponense: $v_x{}' = v_f + v_x + v_f = 5{,}74\frac{\text{m}}{\text{s}}$
$\frac{v_x{}'}{v_\perp} = \frac{x_2}{d} \Rightarrow x_2 = d\frac{v_x{}'}{v_\perp} = \frac{5{,}74}{\frac{2}{3}} * 200 = \mathbf{1722\ m}$
Tehát ha az átkeléshez 5 perc áll rendelkezésünkre, az átkelési irány függvényében $x_1 + x_2 = \mathbf{2365{,}2\ m}$**-es partszakaszon** (ezen belül valahol) kötünk ki .

4.2.3. $l = 1{,}2\text{ m}$ és $\alpha = 30^0 \Rightarrow h = 0{,}6\text{ m}$
Energia megmaradás, illetve munkatétel:
$\frac{1}{2}mv_0{}^2 = \frac{1}{2}m\frac{v_0{}^2}{4} + mg\frac{3}{4}h + \mu mg\cos\alpha\frac{3}{4}l \Rightarrow$
$\frac{3}{4}v_0{}^2 = 2g\left(\frac{3}{4}h + \mu\cos\alpha\frac{3}{4}l\right) =$
$2gh(\frac{3}{4} + \mu\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{3}{4}2$ mivel $l = 2h$
$v_0{}^2 = 2gh(1 + \mu\sqrt{3}) \Leftrightarrow$ ismeretlen v_0 és μ



Dinamikai megfontolás: $s = \frac{v^2 - v_0{}^2}{2a} \Rightarrow \frac{3}{4}l = \frac{\frac{3}{4}v_0{}^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} \Rightarrow$
$v_0{}^2 = 2gl(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) \Rightarrow v_0{}^2 = 2gl\left(\frac{1}{2} + \mu\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow v_0{}^2 = gl + gl\mu\sqrt{3} \Rightarrow \mu\sqrt{3} = \frac{v_0{}^2 - gl}{gl}$
Tehát akármelyik úton ugyanoda jutunk: használjuk az energetikailag megkapott $v_0{}^2 = 2gh(1 + \mu\sqrt{3})$ kifejezést, felhasználva a $\mu = 0{,}15$ értéket.
$v_0{}^2 = 2gh(1 + 0{,}15 * \sqrt{3}) = 20 * 0{,}6(1 + 0{,}15 * \sqrt{3}) \Rightarrow \boldsymbol{v_0 = 3{,}89\frac{m}{s}}$

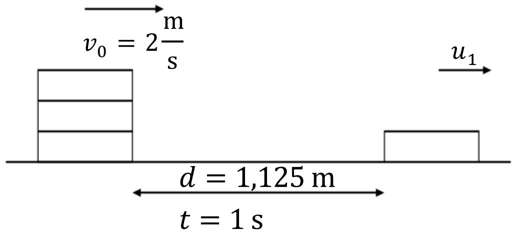
4.2.4. Nyújtás: $\frac{F}{A} = E\cdot\frac{\Delta l_1}{l} \to \Delta l_1 = \frac{F\cdot l}{E\cdot A} = \frac{500\cdot l}{2{,}2\cdot10^{11}\cdot0{,}5\cdot10^{-6}} \to \Delta l_1 = 4{,}545\cdot10^{-3}\cdot l$
Melegítés: $Q = c\cdot m\cdot\Delta T \Longrightarrow \Delta l_2 = \alpha\cdot l\cdot\Delta T = \alpha\cdot l\frac{Q}{c\cdot m} \to \Delta l_2 = 4{,}2\cdot10^{-4}\cdot l$
$\frac{\Delta l_2}{\Delta l_1} = 0{,}092$
$\frac{Q}{W} = \frac{c\cdot m\cdot\Delta T}{\frac{1}{2}\cdot D\cdot(\Delta l)^2} = \frac{c\cdot A\cdot l\cdot\rho\cdot\Delta T}{\frac{1}{2}\frac{E\cdot A}{l}(\Delta l_1)^2} \Rightarrow \boldsymbol{\frac{Q}{W} = 55{,}85}$

4.2.5. $\boldsymbol{v_{\text{átl}} = \frac{d}{t} = 1{,}125\frac{m}{s}}$

$v_{\text{átl}} = \frac{v_0+v}{2} \to v = 2v_{\text{átl}} - v_0 \to v = 0{,}25\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

$a = \mu \cdot \text{g} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \mu = \frac{\Delta v}{\text{g}\cdot\Delta t}$

$\boldsymbol{\mu = \frac{1{,}75}{10} = 0{,}175}$



Az m tömeg u_1 sebességgel, a $3m$ tömeg u_2 sebességgel halad ütközés után.

$3m \cdot v = m \cdot u_1 + 3m \cdot u_2 \to 0{,}75 = u_1 + 3u_2 \to u_2 = \frac{0{,}75-u_1}{3}$

$\frac{1}{2}3mv^2 = \frac{1}{2}mu_1^2 + \frac{1}{2}3mu_2^2 \to 3\cdot 0{,}25^2 = u_1^2 + 3u_2^2$

$0{,}1875 = u_1^2 + 3\left(\frac{0{,}75-u_1}{3}\right)^2 = u_1^2 + 0{,}1875 - \frac{1{,}5\,u_1}{3} + \frac{u_1^2}{3} \Rightarrow$

$\frac{4}{3}u_1^2 = \frac{1}{2}u_1 \Rightarrow \boldsymbol{u_1} = \frac{3}{8} = \boldsymbol{0{,}375\frac{m}{s}}$ $\quad \boldsymbol{u_2 = 0{,}125\frac{m}{s}}$ ugyanabban az irányban

$s_1 = \frac{u_1^2}{2\mu g} = 0{,}04\ \text{m} \qquad s_2 = \frac{u_2^2}{2\mu g} = 0{,}004\ \text{m}$

$\boldsymbol{\Delta s} = s_1 - s_2 = \boldsymbol{0{,}036\ \text{m}}$

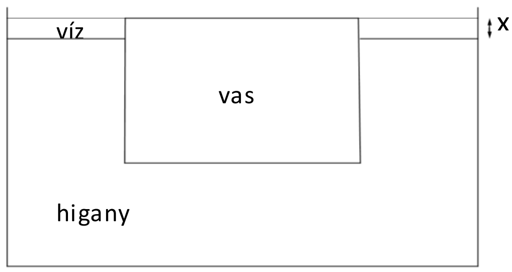
4.2.6. A kockára ható gravitációs erő egyenlő az összes felhajtóerővel.

$a^3 \cdot \rho_{\text{vas}} \cdot \text{g} = a^2(a-x)\rho_{\text{Hg}} \cdot \text{g} + a^2 \cdot x \cdot \rho_{\text{víz}} \cdot \text{g}$

$a \cdot \rho_{\text{vas}} = a \cdot \rho_{\text{Hg}} - x \cdot \rho_{\text{Hg}} + x \cdot \rho_{\text{víz}} \Rightarrow$

$x = \frac{\rho_{\text{Hg}} - \rho_{\text{vas}}}{\rho_{\text{Hg}} - \rho_{\text{víz}}}a$

$x = \frac{13600-7800}{13600-1000} \cdot 10\ \text{cm} = \boldsymbol{4{,}6\ \text{cm}}$



4.2.7. $p_{\text{b}} + p_{\text{Hg}} = p_{\text{k}} \Rightarrow \boldsymbol{p_{\text{b}} = 38\ \text{Hgcm} = 51{,}7\ \text{kPa}}$

Alkalmazzuk a Boyle-Mariott törvényt a két helyzetre: $p'_{\text{b}} = p_{\text{k}} + p_{\text{Hg}} = (76+x)$ Hgcm

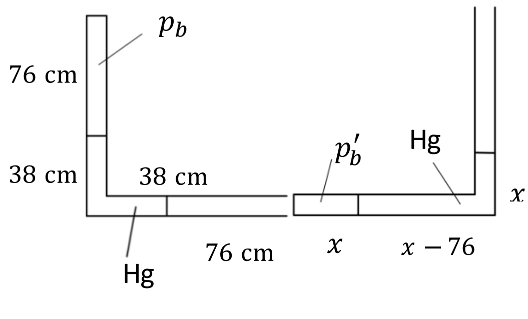
$p_{\text{b}}v_1 = p'_{\text{b}}v_2 \Rightarrow 38 \cdot 38 \cdot A = (76+x)x \cdot A$

$1444 = 76x + x^2 \Longrightarrow x^2 + 76x - 1444 = 0$

$x = \frac{-76\pm\sqrt{76^2+4\cdot 1444}}{2} = \frac{-76\pm 107{,}48}{2} =$

15,74 cm és 0 cm

Tehát a **függőleges szárban 15,74 cm** hosszú a Hg-oszlop, a **vízszintes szárban** pedig **60,26 cm**.



4.2.8. $m\text{g} = 0{,}1\ \text{N}$

$F_\text{c} = E \cdot q = 0{,}01\ \text{N}$

$\text{tg}\ \alpha = \frac{m\,v^2}{r(m\text{g} - F_\text{c})} \Rightarrow v^2 = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{r(m\text{g} - F_\text{c})}{m}$

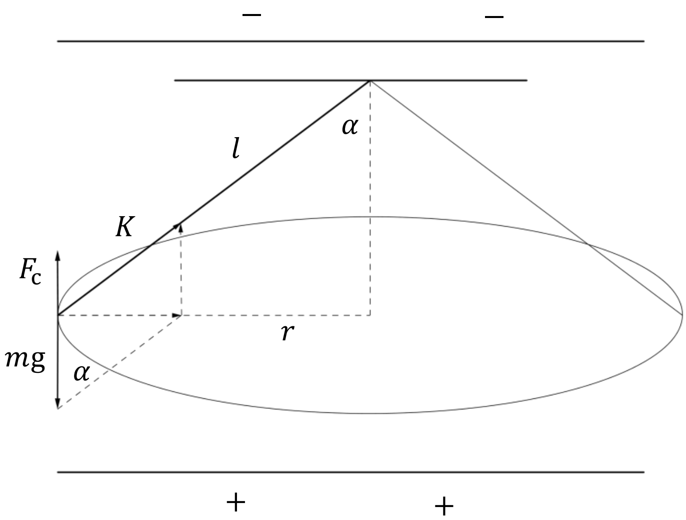
$v^2 = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{0{,}1 - 0{,}01}{0{,}01} = 0{,}52\,\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$

$\alpha = 30° \Rightarrow r = \frac{l}{2}$

$\frac{mv^2}{r \cdot K} = \sin\alpha \Rightarrow$

$K = \frac{mv^2}{r \cdot \sin\alpha} = \frac{0{,}01 \cdot 0{,}52}{0{,}1 \cdot 0{,}5}$

$\boldsymbol{K = 0{,}104\ \text{N}}$



Teljes energia? → mihez képest? →
a rendszer függőleges nyugalmi állapotához képest!

$E_\text{ö} = m\text{g}\Delta h - E\,q \cdot \Delta h + \frac{1}{2}mv^2$, ahol $\Delta h = l - l \cdot \cos\alpha \Rightarrow \Delta h = 0{,}2\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \approx 2{,}68 \cdot 10^{-2}$

$E_\text{ö} = (0{,}1 - 0{,}01)2{,}68 \cdot 10^{-2} + 5 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}52$

$\boldsymbol{E_\text{ö} = 5 \cdot 10^{-3}\,\text{J}}$