Hatvani István Fizikaverseny 2014-15.
2. forduló megoldások

1. kategória

1.2.1.

1. Newton
2. amplitúdó
3. Arkhimédész
4. Kepler
5. domború
6. áram
7. emelő
8. hang
9. hősugárzás
10. túlhűtés
11. reverzibilis

A megfejtés: **ATOMKI**

1.2.2. Irányok:

- x: vízszintes
- y: lefelé
- z: felfelé

$t=\frac{s}{v}\Longrightarrow 6=\frac{x}{16}+\frac{y}{12}+\frac{z}{24}+\frac{x}{16}+\frac{y}{24}+\frac{z}{12}\Longrightarrow$

$6=6\cdot\frac{x+y+z}{48}\Longrightarrow x+y+z=s=48\text{km}$

1.2.3. $m_{üveg}+m_{víz}=210\text{g}$

$410\text{g}=225\text{g}+m_{üveg}+m_{víz}-V_{test}\rho_{víz}$ ($V_{test}\rho_{víz}$ a kiszorított víz tömege)

$\rho_{test}=\frac{225\text{g}}{25\text{cm}^3}=\mathbf{9\,\frac{g}{cm^3}}$

1.2.4. $v=\frac{132\text{ ugrás}}{5\text{ lélegzetvétel}}$

$s=132\text{ ugrás}\cdot\frac{115\text{ tyúklépés}}{7\text{ ugrás}}\cdot\frac{3\text{ láb}}{11\text{ tyúklépés}}\cdot\frac{61\text{ cm}}{2\text{ láb}}=130{,}38\text{ m}$

$t=5\text{ lélegzetvétel}\cdot\frac{23\text{ kortyintás}}{11\text{ lélegzetvétel}}\cdot\frac{13\text{ kondulás}}{33\text{ kortyintás}}\cdot\frac{6\text{ perc}}{91\text{ kondulás}}=16{,}29\text{s}$

$v=\frac{130{,}38\text{ m}}{16{,}29\text{ s}}=11{,}07\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\approx 40\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

1.2.5. Lásd a 3.2.4. feladat megoldását.

1.2.6. A mentőmellény a vízhez képest nyugalomban van. Ha csónakunkat nézzük, akkor fél óráig eleveztünk majd visszaeveztünk fél óráig. $1\frac{\text{m}}{\text{s}}=3{,}6\frac{\text{km}}{\text{h}}$ a folyó sebessége, tehát egy óra múlva és 3,6 km távolságra a kiejtés helyétől találjuk meg.

1.2.7. Fajta és tárolás függvénye is. Pontos leírás és munka után $0{,}89\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\pm 3\%$.

1.2.8. A mérleg karjai k_1 és k_2 hosszúak.

Az első esetben: $G\cdot k_1=15\text{N}\cdot k_2$

A második esetben: $G\cdot k_2=60\text{N}\cdot k_1$

Az egyenletrendszert megoldva: $G=\mathbf{30N}$

2. kategória

2.2.1.

1. Newton
2. amplitúdó
3. Arkhimédész
4. Kepler
5. domború
6. áram
7. emelő
8. hang
9. hősugárzás
10. túlhűtés
11. reverzibilis

A megfejtés: **ATOMKI**

2.2.2. Irányok:

- x: vízszintes
- y: lefelé
- z: felfelé

$t = \frac{s}{v} \Longrightarrow 6 = \frac{x}{16} + \frac{y}{12} + \frac{z}{24} + \frac{x}{16} + \frac{y}{24} + \frac{z}{12} \Longrightarrow$

$6 = 6 \cdot \frac{x+y+z}{48} \Longrightarrow \; x + y + z = s = 48\text{km}$

2.2.3. $m_{üveg} + m_{víz} = 210\text{g}$

$410\text{g} = 225\text{g} + \; m_{üveg} + m_{víz} - V_{test}\rho_{víz}$ ($V_{test}\rho_{víz}$ a kiszorított víz tömege)

$\rho_{test} = \frac{225\text{g}}{25\,\text{cm}^3} = \mathbf{9}\,\frac{\mathbf{g}}{\mathbf{cm^3}}$

2.2.4. $R = \rho \cdot \frac{l}{A}$ összefüggés alapján meghatározható. Bármelyik ellenállásból indulunk ki, a másik kettőt olyan vezetéknek képzeljük, amely csak keresztmetszete miatt más ellenállású. Az így elképzelt vezetékek párhuzamosan vannak összefogva, így az R_e meghatározható.

Pl.: $12\Omega = \; \rho \cdot \frac{l}{A}$, a 6Ω-os ellenállás ekkor $2 \cdot A$, a 2Ω-os pedig $6 \cdot A$ keresztmetszetű, így $R_{eredő} = \; \rho \cdot \frac{l}{9A} = \frac{12\Omega}{9} = \mathbf{\frac{4}{3}\,\Omega}$

2.2.5. Lásd a 3.2.4. feladat megoldását.

2.2.6. A két esetre felírva az energiamérleget:

(1) $\eta P t = c_{víz} m_{víz} \Delta T$

(2) $\eta P \cdot 1.05t = c_{víz} m_{víz} \Delta T + \; c_{vas} m_{vas} \Delta T$

Az (1) egyenletet beírva a (2) egyenletbe: $1{,}05 c_{víz} m_{víz} = c_{víz} m_{víz} + c_{vas} m_{vas}$

Ebből $m_{vas} = \mathbf{2{,}\,5\ kg}$

2.2.7. Fajta és tárolás függvénye is. Pontos leírás és munka után $0{,}89\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \pm 3\%$.

2.2.8. A mérleg karjai k_1 és k_2 hosszúak.

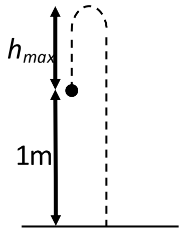
Az első esetben: $G \cdot k_1 = 15\text{N} \cdot k_2$

A második esetben: $G \cdot k_2 = 60\text{N} \cdot k_1$

Az egyenletrendszert megoldva: $G = \mathbf{30N}$

Hatvani István Fizikaverseny 2014-15.
2. forduló megoldások

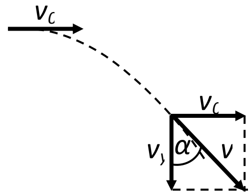
3. kategória



3.2.1. $y = v_0 t - \frac{1}{2} gt^2 \Longrightarrow -1 = 2t - 5t^2 \Longrightarrow$ a másodfokú egyenlet fizikailag értelmes megoldása a pénzérme mozgásának időtartama: $t = \mathbf{0,69s}$

Az érme $h_{max} = \frac{v_0^2}{2\mathrm{g}} = 0{,}2\mathrm{m}$-t emelkedik, így a földet érésig $s_{ö} = \Delta r + 2h_{max} = \mathbf{1,4m}$ utat tesz meg, elmozdulása pedig $|\overrightarrow{\Delta r}| = \mathbf{1m}$ **lefelé**.

3.2.2. a) A test vízszintes irányú sebessége a mozgás során állandó, így $v^2 = v_0^2 + v_y^2 = v_0^2 + (\mathrm{g}t_1)^2 \Longrightarrow \mathrm{g}t_1 = \sqrt{v^2 - v_0^2} = \sqrt{400 - 25} \Longrightarrow t_1 = \mathbf{1,94s}$ elteltével lesz a test sebessége $20\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.



b) Amikor $\alpha = 45° \Longrightarrow v_0 = v_y$. $v_y = \mathrm{g}t_2 \Longrightarrow t_2 = 0{,}5\mathrm{s}$ múlva lesz $\alpha = 45°$. Ekkor a függőleges irányú elmozdulás $y = \frac{1}{2} gt^2 = \mathbf{1,25m}$

3.2.3. Rögzítsük a vízhez a koordinátarendszert $\Rightarrow$ mintha egy tóban volnánk. Visszaforduláskor távolságuk $d = (v_1 + v_2)t = \mathbf{1080m}$

A találkozásig újabb 2 perc telik el: $t_{ö} = 4\mathrm{perc}$. Eközben az első találkozási pont $x = v_f t_{ö} = \mathbf{480m}$-t mozdult el.

3.2.4. **Wigner Jenő 1983-ban Magyarországra látogatott, ekkor járt Debrecenben is, ahol az ATOMKI-t is meglátogatta. Wigner Jenő a nagy magyar tudósgeneráció tagja, aki 1963-ban kapott fizikai Nobel-díjat az atommagok és az elemi részecskék elméletének továbbfejlesztéséért, különös tekintettel az alapvető szimmetriaelvek felfedezéséért és alkalmazásáért.** (Bödők Zsigmond: Nobel-díjas magyarok 1999.; 40.old.)

1902-ben Budapesten született. A Fasori Evangélikus Gimnáziumban tanult, ahol Neumann Jánossal osztálytársak voltak. Matematika tanára Rátz László, fizikatanára Mikola Sándor volt. A gimnázium elvégzése után beiratkozott a Műegyetemre (vegyészmérnöknek), de 1921-től a Berlini Műszaki Főiskolán tanult. Látogatta a Német Fizikai Társulat beszélgetéseit, ahol a kor nagy tudósaival – többek között Planck, Heisenberg, Pauli, Einstein - találkozhatott.

1929-re már ismert volt a fizikusok között, 1931-ben adta ki Csoportelmélet módszer a kvantummechanikában című művét. 1930-ban a Princeton Egyetem tanára lett. Az 1930-as évek végén kiterjesztette kutatásait az atommagokra, általános elméletet alkotott az atommag-reakciókra. Szerepe volt a Manhattan terv melletti érvelésben, ami az első atombomba megépítéséhez vezetett. Az atomenergia békés felhasználásáért dolgozott, 1941-ben megtervezte az első kísérleti atomreaktort, ő javasolta, hogy a neutronok lassítására vizet használjanak.

1963-ban megkapta a fizikai Nobel-díjat „az atommag és elemi részecskék elméletéhez való hozzájárulásáért, különös tekintettel a szimmetriaelvek fölismerésére és alkalmazására". Számos díj, kitüntetés birtokosa.

Négyszer látogatott haza (1976, 1977, 1983, 1987), 1977-ben az Eötvös Loránd Fizikai társulat, 1988-ban a Magyar Tudományos Akadémia tiszteletbeli tagjává választotta. **1983-ban felkereste a Paksi Atomerőművet is. Ekkor tett látogatást az ATOMKI-ban is.**

1995-ben halt meg Princetonban. (A Wikipédia Wigner Jenő szócikke alapján)

3.2.5. A kötél maximum $F_K = 4\text{N}$ erőt tud kifejteni.

a) $F_A = (m_1 + m_2)a$ és $F_K = m_1 a \Rightarrow F_A = (m_1 + m_2)\frac{F_K}{m_1} = \mathbf{12N}$

b) $F_B = (m_1 + m_2)a$ és $F_K = m_2 a \Rightarrow F_B = (m_1 + m_2)\frac{F_K}{m_2} = \mathbf{6N}$

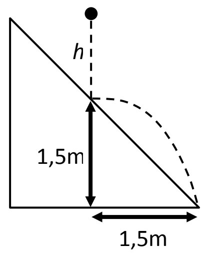
3.2.6. A víz melegítése: $P = \frac{cm\Delta T}{t}$

A víz és a fémdarab melegítése: $P = \frac{cm\Delta T + c_{vas}m_{vas}\Delta T}{1{,}05t}$

A két egyenletből: $cm = \frac{cm + c_{vas}m_{vas}}{1{,}05}$. A vas fajhője $c_{vas} = 460\,\frac{\text{J}}{\text{kgK}}$

$m_{vas} = \mathbf{2{,}28kg}$

3.2.7. A lejtő felett h magasságból leejtett test sebessége a lejtő elérésekor $v_0 = \sqrt{2gh}$. Mivel a test sebessége a lejtő síkjával 45-ot zár be, így a tökéletesen rugalmas ütközés után vízszintes lesz a sebessége. Ennek a vízszintes hajításnak a paraméterei: $x = y = 1{,}5\text{m}$ és $x = v_0 t$, $y = \frac{1}{2}\text{g}t^2$.



Innen a hajítás ideje $t = \frac{x}{v_0} = \frac{1{,}5}{v_0} = \frac{1{,}5}{\sqrt{2gh}}$

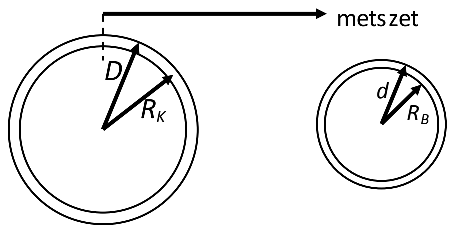
Mivel $x = y \implies v_0 t = \frac{1}{2}\text{g}t^2$, vagyis $\sqrt{2gh} = \frac{\text{g}}{2}\frac{1{,}5}{\sqrt{2gh}} \Rightarrow h = \mathbf{0{,}375m}$ magasról ejtettük le a testet.

A test sebességét a lejtő alján a mechanikai energia megmaradásából számolhatjuk:

$\frac{1}{2}mv_0^2 + m\text{g} \cdot 1{,}5 = \frac{1}{2}mv^2$

$2\text{g}h + 3\text{g} = v^2 \implies v = \mathbf{6{,}12\frac{m}{s}}$

3.2.8. $D = 26\text{hüvelyk} = 66{,}04\text{cm}$ és
$d = 1{,}95\text{hüvelyk} = 4{,}95\text{cm}$



A gumibelső középsugara:
$R_K = \frac{D}{2} - r_B - 0{,}2\text{cm} = 30{,}55\text{cm}$

A gumibelső keresztmetszetének sugara:
$r_\text{B} = \frac{d}{2} - 0{,}2\text{cm} = 2{,}27\text{cm} \implies A = r_\text{B}^2\pi = 16{,}25\text{cm}^2$

A tórusz (gumibelső) térfogata: $V_{belső} = A \cdot l = A \cdot 2R_k \cdot \pi = 3117{,}6\text{cm}^3$

$V_{pumpa} = r^2\pi \cdot l_p = 1{,}5^2\pi \cdot 25 = 176{,}6\text{cm}^3$

A 2,5 bar túlnyomást jelent, így a belsőben az abszolút nyomás 3,5 bar lesz.

$p_{belső}V_{belső} = xp_{külső}V_{pumpa} \implies x = \frac{V_{belső}}{V_{pumpa}} \cdot 3{,}5 \approx \mathbf{62}$

4. kategória

4.2.1. A szabályos háromszög szimmetria viszonyai miatt a jelzett erők egyenlő nagyságúak, a vektorok egymással 120°-os szöget zárnak be $\Rightarrow \sum \vec{F} = 0$

Ez az egyensúlyi helyzet instabil, mert innen kimozdítva a Q` töltés nem tér vissza. Ha a Q` töltés ellentétes (pozitív), az egyensúly stabilissá válik.

4.2.2. $(m_2 v_2)_y = m_2 v_2 \cos\alpha$

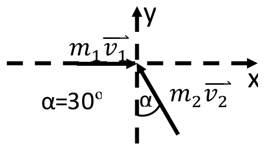
$(m_2 v_2)_x = -m_2 v_2 \sin\alpha$

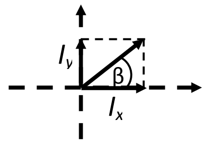
$I_x = m_1 v_1 + (m_2 v_2)_x = 1{,}5 - 1{,}2 \cdot 0{,}5 = 0{,}9 \frac{\mathrm{kgm}}{\mathrm{s}}$

$I_y = m_2 v_2 \cos\alpha = 1{,}2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 0{,}6 \cdot \sqrt{3} \frac{\mathrm{kgm}}{\mathrm{s}}$

$I = \sqrt{I_x^2 + I_y^2} = 1{,}37 \frac{\mathrm{kgm}}{\mathrm{s}} \Rightarrow v = \frac{I}{m_ö} = 1{,}72 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

$\tan\beta = \frac{I_y}{I_x} = \frac{0{,}6 \cdot \sqrt{3}}{0{,}9} \Rightarrow \beta = 49{,}1°$





4.2.3. $p_d = \frac{mg}{r^2\pi} = 4777\mathrm{Pa} \Rightarrow \mathrm{p_b} = p_k + p_d = 1{,}04777 \cdot 10^5\mathrm{Pa}$

$Q = W_{ee} = \frac{U^2}{R} t = 1728\mathrm{J}\; Q = \frac{f+2}{2} p\Delta V \Rightarrow \Delta V = \frac{2Q}{(f+2)p} = 4{,}71 \cdot 10^{-3}\mathrm{m}^3$

$\Delta V = A \cdot \Delta h \Rightarrow \Delta h = \frac{\Delta V}{A} = \frac{4{,}71 \cdot 10^{-3}}{0{,}1^2\pi} = 0{,}15\mathrm{m}$

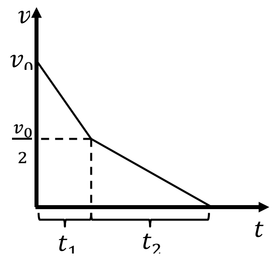
4.2.4. Lásd 3.1.7. megoldását.

4.2.5. Alkalmazzuk a munkatételt mindkét részre:

$\frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{1}{2} m \left(\frac{v_0}{2}\right)^2 = \mu_1 m g s_0 \Rightarrow \frac{3}{8} m v_0^2 = \mu_1 m g s_0$

$\frac{1}{2} m \frac{v_0^2}{4} = \mu_2 m g \frac{2}{3} s_0$

A két egyenletet elosztva egymással: $3 = \frac{3}{2} \frac{\mu_1}{\mu_2} \Rightarrow \boldsymbol{\frac{\mu_1}{\mu_2} = 2}$



Az átlagsebesség: $v_{átlag} = \frac{s_0 + \frac{2}{3} s_0}{(t_1 + t_2)} \Rightarrow s_0 = \frac{v_0 + \frac{v_0}{2}}{2} t_1 = \frac{3}{4} v_0 t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{4 s_0}{3 v_0}$

A súrlódási tényezők arányából következik, hogy a második szakaszon $a_2 = \frac{a_1}{2}$. Mivel a két szakaszon a sebességváltozások egyenlőek, ezért $t_2 = 2t_1$

Ezt felhasználva $v_{átlag} = \frac{\frac{5}{3} s_0}{\frac{4 s_0}{3 v_0} + \frac{8 s_0}{3 v_0}} = \boldsymbol{\frac{5}{12} v_0}$

4.2.6. Lásd a 3.2.4. feladat megoldását.

4.2.7. A reaktor teljes teljesítménye $\frac{500}{0,34} = 1470,5\mathrm{MW}$

A reaktorban lévő ^{235}U tömege $42\mathrm{t} \cdot 0,04 = 1680\mathrm{kg}$

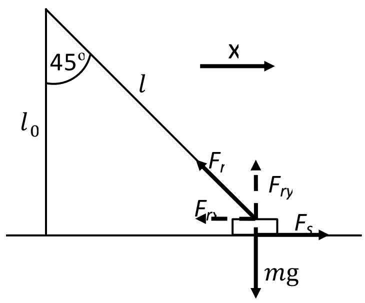
1db ^{235}U hasadásakor a felszabaduló energia $200 \cdot 10^6 \mathrm{eV} = 3,2 \cdot 10^{-11}\mathrm{J}$

1 mol (235g) hasadásakor $6 \cdot 10^{23} \cdot 3,2 \cdot 10^{-11} = 1,92 \cdot 10^{13}\mathrm{J}$ energiát nyerünk

Az éves üzemidő alatt $1470,5 \cdot 10^6 \cdot 8000 \cdot 3600 = 4,235 \cdot 10^{16}\mathrm{J}$ energia szabadul fel, ami $n = \frac{4,235 \cdot 10^{16}}{1,92 \cdot 10^{13}} = 2205\mathrm{mol}$ ^{235}U-nak felel meg. Ennek tömege $m = n \cdot \mathrm{M} = 2205 \cdot 235 = \mathbf{518,175kg}$

A fűtőelemben kezdetben lévő ^{235}U $\frac{518,175}{1680} = 0,308 = \mathbf{30,8}\%$-a hasad el egy év alatt.

4.2.8. $l = l_0\sqrt{2} \Rightarrow \Delta l = l_0(\sqrt{2} - 1)$



$F_r = D\Delta l = 33,14\mathrm{N}$

$F_{rx} = F_{ry} = 23,43\mathrm{N}$

Ha így magára hagyjuk, akkor $F_{rx} - F_s = ma$. A súrlódási erő $F_s = \mu(mg - F_{ry})$.

$23,43 - 0,5(40 - 23,43) = 4a \Rightarrow a = \mathbf{3,78\frac{m}{s^2}}$

Ahhoz, hogy a test ne induljon el balra, egy vízszintesen jobbra ható erőre van szükség. Ez az erő egy bizonyos határok között változik, mert a tapadási erő változik, akár iránya is megfordul.

A minimális erő: $F_1 = F_{rx} - F_s = 15,14\mathrm{N}$

A maximális erő: $F_2 = F_{rx} + F_s = 31,71\mathrm{N}$

Tehát a szükséges erő $15,14\mathrm{N} \leq F \leq 31,71\mathrm{N}$

Megjegyzés: Ha $F = 23,43\mathrm{N}$, akkor tapadási súrlódási erő nem kell, hogy fellépjen.