ELFT · HAJDÚ-BIHAR MEGYE · 31. HATVANI ISTVÁN FIZIKAVERSENY 2013/2014.

A 3. forduló feladatainak megoldása

3.1. feladat

$v = 64{,}8\ \frac{km}{h} = 18\ \frac{m}{s}$ $\quad (\Delta t)_1 = 6\ s \quad (\Delta t)_2 = 20\ s \quad (\Delta t)_3 = 4\ s$

a) $\underline{\underline{s = ? = 450\ m}}$

A v - t-diagram függvénygörbéje alatti terület számértéke egyezik meg a megtett út számértékével:

$$s = \frac{v}{2}\cdot(\Delta t)_1 + v(\Delta t)_2 + \frac{v}{2}(\Delta t)_3 =$$
$$= \frac{v}{2}\left[(\Delta t)_1 + (\Delta t)_3 + 2\,v\cdot(\Delta t)_2\right] .$$

A megadott értékekkel:

$$s = \frac{18\ \frac{m}{s}}{2}(6\ s + 4\ s + 2.20\ s) = 9\ \frac{m}{s}\cdot 50\ s = 450\ m .$$

Tehát a megtett út 450 méter (0,45 km).

b) $\underline{\underline{\bar{v} = ? = 15\ \frac{m}{s}}}$

Az átlagsebesség az összes megtett út és a közben eltelt idő hányadosaként számítható:

$$\bar{v} = \frac{s}{t} \longrightarrow \bar{v} = \frac{450\ m}{30\ s} = 15\ \frac{m}{s} .$$

Tehát a trolibusz átlagsebessége $15\ \frac{m}{s}$ $(54\ \frac{km}{h})$.

c) $s' = \frac{s}{2} = 225\ m$ $\qquad \underline{\underline{(\Delta t)' = ? = 15{,}5\ s}}$

Az összetett mozgásra érvényes

$$s' = \frac{v}{2}(\Delta t)_1 + v\cdot\left[(\Delta t)' - (\Delta t)_1\right]$$

összefüggésből:

$$(\Delta t)' = \frac{\frac{s}{2} - \frac{v}{2}(\Delta t)_1}{v} + (\Delta t)_1 \longrightarrow (\Delta t)' = \frac{\frac{450\ m}{2} - 18\ \frac{m}{s}\cdot 6\ s}{18\ \frac{m}{s}} + 6\ s =$$
$$= 15{,}5\ s .$$

Tehát a trolibusz útjának első felét 15,5 másodperc alatt teszi meg.

3.2.A) feladat

$\underline{\underline{\frac{d}{h} = ? = 2}}$

A fenéklapra ható nyomóerő:

$$F_1 = p_f A_1 .$$

Mivel a p_f fenéknyomás $\rho g h$, az alaplap A_1 területe pedig $\frac{\pi d^2}{4}$ nagyságú, ezért a nyomóerő:

$$F_1 = \rho g h \frac{\pi d^2}{4} .$$

Az oldallapot nyomó erő

$$F_2 = \frac{p_f}{2} A_2 .$$

A folyadékkal érintkező oldallap A_2 területe $\pi d h$ nagyságú. A nyomóerő ezért

$$F_2 = \frac{\rho g h}{2} \cdot \pi d h .$$

A két erő egyenlőségéből:

$$\rho g h \cdot \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\rho g h}{2} \pi d h \longrightarrow \frac{d}{h} = 2 .$$

Tehát az edény átmérője kétszerese a folyadék magasságának.

3.2.B) feladat

$m = 50\ g = 5.10^{-2}\ kg$ $\Delta l = 4\ cm = 4.10^{-2}\ m$

a) $D = ? = 12,5\ \frac{N}{m}$

A megnyúlás egyensúlyi helyzetében a $D.\Delta l$ rugalmas erő és az mg nehézségi erő vektori összege nulla:

$$\overrightarrow{D.\Delta l} + \overrightarrow{mg} = 0 \longrightarrow D.\Delta l - mg = 0 .$$

Ebből

$$D = \frac{mg}{\Delta l} \longrightarrow D = \frac{5.10^{-2}\ kg.10\ \frac{m}{s^2}}{4.10^{-2}\ m} = 12,5\ \frac{kg}{s^2}\ (\frac{N}{m}) .$$

Tehát a rugó direkciós ereje $12,5\ \frac{N}{m}$ nagyságú.

b) $l_2 = \frac{l_1}{4}$ $(\Delta l)' = ? = 1\ cm$

Hooke törvénye alapján a megnyúlás:

$$\Delta l = \frac{l F}{A E} .$$

Mivel a rugalmas erő

$$F = D.\Delta l$$

nagyságú, ezért segítségükkel:

$$\Delta l = \frac{l.D.\Delta l}{A E} \longrightarrow D = \frac{A E}{l} .$$

Vagyis a direkciós erő fordítottan arányos a csavarrugó hosszával (változatlan értékű A és E esetében). Emiatt a hosszt egynegyedére csökkentve, a direkciós erő négyszeresére növekszik:

$$D_2 = 4 D_1 .$$

Az új megnyúlás:

$$(\Delta l)' = \frac{mg}{D_2} \longrightarrow (\Delta l)' = \frac{0,5\ N}{4.12,5\ \frac{N}{m}} = 1.10^{-2}\ m .$$

Tehát a megnyúlás most 1 cm lesz.

3.3.A) feladat

$m = 2\,000\ t = 2.10^6\ kg$ $\qquad \rho = 840\ \frac{kg}{m^3}$

a) $V = ? = 2\,381\ m^3$

A sűrűség

$$\rho = \frac{m}{V}$$

alakú összefüggéséből

$$V = \frac{m}{\rho}.$$

Az ismert mennyiségek behelyettesítésével:

$$V = \frac{2.10^6\ kg}{840\ \frac{kg}{m^3}} = 2\,381\ m^3\ .$$

Tehát a tartályok össztérfogata 2 381 m^3.

b) Mivel a gázolaj kiszivattyúzásával csökkent a hajó össztömege, ezért a hajó által kiszorított tengervíz tömege, így térfogata is csökkent. (A gázolaj helyébe került levegő tömege ugyanis elhanyagolható.)

Tehát a hajó bemerülése csökkent.

Megjegyzés! Nem hisszük, hogy a kiszivattyúzott gázolaj helyébe tengervizet engedtek a tartályokba!

3.3.B) feladat

$t_1' = -8\ ^oC$ $\qquad t_1'' = 0\ ^oC$ $\qquad m_2 = 250\ g = 0,25\ kg$ $\qquad t_2'' = 0\ ^oC$

$c_1 = 2,093\ \frac{kJ}{kg.^oC} = 2,093.10^3\ \frac{J}{kg.^oC}$ $\qquad c_2 = 4,183\ \frac{kJ}{kg.^oC} = 4,183.10^3\ \frac{J}{kg.^oC}$

$m_1 = ? = 2,973\, t_2''\ \frac{g}{^oC}$ $\qquad L_o = 335\ \frac{kJ}{kg} = 3,35.10^5\ \frac{J}{kg}$

A jég megolvasztásához

$$Q_1 = c_1 m_1 (\Delta t)_1 + m_1 L_o$$

hőmennyiségre van szükség. A víz lead

$$Q_2 = c_2 m_2 (\Delta t)_2$$

hőmennyiséget. Zárt rendszerben, hőveszteség nélküli esetben a hőmennyiségek előjeles összege nulla:

$$Q_1 - Q_2 = 0\ .$$

A hőmérséklet-különbségek

$$(\Delta t)_1 = t_1'' - t_1' = -t_1' \quad \text{és}$$

$$(\Delta t)_2 = t_2'' - t_2' = -t_2'$$

értékei miatt:

$$-c_1 m_1 t_1' + m_1 L_o = c_2 m_2 t_2'\ .$$

ebből

$$m_1 = \frac{c_2 m_2 t_2'}{L_o + c_1 t_1'} .$$

Az ismert mennyiségeket behelyettesítve kapjuk:

$$m_1 = \frac{0,25\ \mathrm{kg}.4,183.10^3\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}.^\circ\mathrm{C}}.t_2'}{3,35.10^5\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}} + 2,093.10^3\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}.^\circ\mathrm{C}}.8\ ^\circ\mathrm{C}} = 2,973.10^{-3}.t_2'\ \frac{\mathrm{kg}}{^\circ\mathrm{C}} .$$

Tehát a jég tömege legfeljebb annyiszor 2,973 gramm, ahány °C a víz kiindulási hőmérséklete.

3.4. feladat

A vízcseppek alakja sík-domború lencséhez hasonló, s ezért mint kis fókuszú gyűjtőlencse az előttünk lévő tájról fordított állású kicsinyített képet állít elő. Ha a táj felső része (pl. égbolt) világos, az alja pedig sötétebb (pl. úttest), akkor ezt fordítja meg fejjel lefelé és kicsinyítve.

3.5. feladat

Az alábbiakban a következő rövidítésekkel találkozhatunk:

me = mértékegység jele
pr = prefixum (előtag) jele
fm = fizikai mennyiség jele
vm = vektormennyiség

1. Álló kisbetűk

l - liter (me)

k - kilo (pr)

a - atto (pr)

t - tonna (me)

c - centi (pr)

h - hekto (pr)
 - óra (me)

n - nano (pr)

3. Álló nagybetűk

E - exa (pr)

T - tera (pr)
 - tesla (me)

R - röntgen (me)

C - coulomb (me)

H - henry (me)

A - amper (me)

2. Dőlt kisbetűk

e - emisszióképesség (fm)
 - az elektron jele
 - az elemi elektromos töltés jele (fm)

l - hosszúság (fm)
 - mellékkvantumszám (fm)

k - képtávolság (fm)
 - erőkar (fm)
 - arányossági tényező (pl. Coulomb törvény; fm)
 - Boltzmann-állandó (fm)
 - elektrokémiai egyenérték (fm)
 - forma- vagy alaktényező (fm)
 - ütközési szám (fm)

t - idő (fm)
 - tárgytávolság (fm)
 - hőmérséklet °C-ban, °R-ban vagy °F-ban (fm)

r - sugár (fm)

c - fajhő (fm)
 - hullámok terjedési sebessége (fm)

h - magasság (fm)
 - Planck-féle állandó (fm)

n - a neutron jele
 - anyagmennyiség (fm)

4. Dőlt nagybetűk

E - megvilágítás erőssége (fm)
- energia (fm)
- elektromos térerősség (fm)
- Young (rugalmassági) modulus (fm)

L - induktivitás (fm)
- halmazállapot-változást jellemző hőmennyiség (pl. olvadáshő; fm)

K - képnagyság (fm)
- kompresszió modulus (fm)

T - abszolút hőmérséklet (fm)
- tárgynagyság (fm)
- periódusidő (fm)

R - Regnault (egyetemes gáz-)-állandó (fm)
- Rydberg állandó (fm)
- égitestek sugara (fm)
- elektromos ellenállás (fm)

C - kapacitás (fm)
- hőkapacitás (fm)

H - dózisegyenérték (fm)
- mágneses térerősség (fm)

N - részecskeszám (fm)
- menetszám (fm)
- neutronszám (fm)
- nagyítás (fm)
- perdület (fm)

I - elektromos áramerősség (fm)
- fényerősség (fm)
- áramlás erőssége (fm)
- impulzus (mozgásmennyiség) (fm)

A - terület (fm)
- keresztmetszet területe (fm)
- amplitúdó (fm)
- tömegszám (fm)
- aktivitás (fm)
- mérőműszerek méréshatárának kiterjesztése (fm)
- törésmutató (fm)
- főkvantumszám (fm)

i - ívhossz (fm)
- váltakozó áram erősségének pillanatértéke (fm)

a - gyorsulás (fm)

5. Vastag álló nagybetűk

E - elektromos térerősség (vm)

K - kényszererő (vm)

H - mágneses térerősség (vm)

N - perdület (vm)

I - impulzus vagy lendület (vm)
- elektromos áramerősség (vm)

Megjegyzések!

1. Az előbbi - a betűknek csak egy részével kapcsolatos kimutatás is - bizonyítja, hogy a betűhiány miatt több fizikai mennyiség, prefixum vagy mértékegység jele lehet ugyanaz. Valamit segít a helyzeten, hogy több betűfajtát használhatunk.

   Az említettek ismét azt igazolják, hogy teljesen értelmetlen volt pl. a hőmérséklet megszokott t jelét T-re változtatni azzal az idoklással, hogy t az idő jele is. Hiszen a T is több fogalmat (pl. fizikai mennyiséget) jelöl.

2. A nagyon sok éven át készített feladatsorok és feladatmegoldások során csak két esetben zavart, hogy az írógépemen nincs *a* és *I* betű. Emiatt a gyorsulás jelét össze lehetett téveszteni az egyik határozott névelőnkkel, vagy az *I* betűt esetenként „egy"-nek olvashattuk. Persze egy kis odafigyelés esetén már nem tévedhettünk!

3. Versenyzőink eddigi fizikai tanulmányaik során nem ismerhették (és nem is ismerhetik!) meg a felsorolásban szereplő jelek mindegyikét. Emiatt nem is várhatjuk el, hogy a megoldásként felsoroltakból 30-nál többet megnevezzenek. Ennyiért meg fogjuk adni a maximális pontszámot!

4. Az elektrotechnika szóban csak 11 különböző betű szerepel. Emiatt több igen fontos mennyiséget nem sorolhattunk fel. Pótlólag megemlítjük a következőket:

   gyorsulás (jel: *a* vagy **a**)

   erő (jel: *F* vagy **F**)

   forgatónyomaték (jel: *M* vagy **M**)

   helyvektor (jel: **r**)

joule (jel: J)

watt (jel: W)

sebesség (jel: v vagy v)

3.6. feladat

a) Biztos, hogy **nagyobb**! Ugyanis a Duna a deltájáig nem ágazik el (ami csökkentené a vízhozamot), és ugyanakkor több mellékfolyója növeli a víz mennyiségét. (A „hírforrás" 6 500 $\frac{m^3}{s}$ értéket ad meg.) Úgy gondolom, hogy a párolgás és a Duna vizének pl. öntözésre felhasznált mennyisége nem csökkenti jelentősen a víz tömegét.

b) $I = \frac{V}{t} = 2\,300\ \frac{m^3}{s}$ $\quad v = 1{,}8\ \frac{km}{h} = 0{,}5\ \frac{m}{s}$ $\quad \underline{\underline{A = ? = 4\,600\ m^2}}$

A folytonos áramlás miatt adott keresztmetszeten időegység alatt átáramló közeg mennyisége megadható v.A alakban is:

$$\frac{V}{t} = v.A\ .$$

Ebből

$$A = \frac{1}{v}.\frac{V}{t}\ .$$

Az ismert mennyiségekkel:

$$A = \frac{1}{0{,}5\ \frac{m}{s}}\cdot 2\,300\ \frac{m^3}{s} = 4\,600\ m^2\ .$$

Tehát 4 600 m^2 keresztmetszet-területű csőre lenne szükség.

3.7.A) feladat

$m = 100\ g = 0{,}1\ kg$ $\quad \overline{P} = 5\ W$ $\quad \underline{\underline{h = ? = 5\ m}}$

Az átlagos teljesítmény:

$$\overline{P} = \frac{W}{t}\ .$$

A gravitációs mező munkavégzése megegyezik az $m g h$ emelési munkával. Ugyanakkor az esés ideje a négyzetes úttörvényből

$$h = \frac{g}{2}t^2 \longrightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}\ .$$

Az átlagos teljesítmény tehát:

$$\overline{P} = \frac{mgh}{\sqrt{\frac{2h}{g}}} = mgh\cdot\sqrt{\frac{g}{2h}} = m\sqrt{\frac{g^3h}{2}}\ .$$

Ebből

$$h = \frac{(\overline{P})^2}{m^2}.\frac{2}{g^3}\ .$$

Az ismert mennyiségekkel:

$$h = \frac{\left(5\ \frac{kg.m^2}{s^3}\right)^2}{0,1^2\ kg^2} \cdot \frac{2}{10^3\ \frac{m^3}{s^6}} = 5\ m\ .$$

Tehát a test 5 méter magasról esett le.

3.7.B) feladat

$Q_1 = 2\ mC = 2.10^{-3}\ C$ $\qquad Q_2 = 8\ mC = 8.10^{-3}\ C$ $\qquad Q_3 = 1\ mC = 1.10^{-3}\ C$

$r = 90\ cm = 0,9\ m$

$r_1 = ? = 30\ cm$

Az egynemű elektromos töltések taszítják egymást, ezért a Q_3 töltésre ható taszítóerők ellentétes irányúak és közös támadásvonalúak. Q_3 egyensúlyi helyzetben van, ha a ráható erők vektori eredője nulla:

$$\Sigma \vec{F} = 0\ .$$

A két taszítóerő esetében:

$$F_{1,3} - F_{2,3} = 0 \longrightarrow F_{1,3} = F_{2,3}\ .$$

Mindkét erő kiszámítható a Coulomb-törvény segítségével:

$$k\frac{Q_1Q_3}{r_1^2} = k\frac{Q_2Q_3}{(r-r_1)^2} \longrightarrow \frac{Q_1}{r_1^2} = \frac{Q_2}{(r-r_1)^2} \longrightarrow \frac{r-r_1}{r_1} = \sqrt{\frac{Q_2}{Q_1}}\ .$$

Mivel $Q_2 = 4\,Q_1$, ezért

$$\frac{r-r_1}{r_1} = 2 \longrightarrow r_1 = \frac{r}{3}\ .$$

r ismert értékével:

$$r_1 = \frac{0,9\ m}{3} = 0,3\ m\ .$$

Tehát a Q_1 elektromos töltéstől 30 cm-re kell elhelyezni a Q_3 elektromos töltést.

Az egyensúly biztos (stabil), mert ha a Q_3 töltést bármerre kimozdítjuk az egyenes mentén, a két erő erdője az eredeti helyre juttatja a töltést.

Megjegyzés! A feladat megoldásával kapcsolatban érdemes megjegyezni, hogy a kiszámított távolság

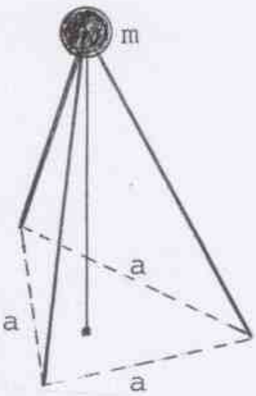
- független a Q_3 elektromos töltés nagyságától;
- a Q_1, Q_2 és Q_3 elektromos töltések azonos előjelétől;
- független a Q_1 és Q_2 elektromos töltések nagyságától (csak az arányuk a meghatározó).

Ugyanakkor az egyensúly **instabil (bizonytalan)**, ha a Q_3 elektromos töltés előjele különbözik a másik két töltés előjelétől!

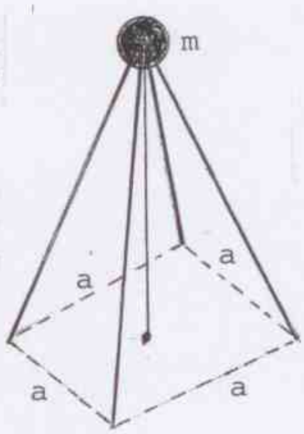
3.8.A) feladat

m = 500 g = 0,5 kg a = 30 cm = 0,3 m h = 50 cm = 0,5 m

$$\frac{W_2}{W_1} = ? = 1,327$$



A feldöntéshez szükséges munka megegyezik az m tömeg Δh úton megvalósuló emeléséhez szükséges munkával.



A „háromlábú" eset

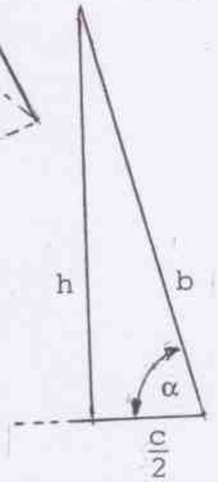
A döntési élhez tartozó oldallap egyenlőszárú háromszög, amelynek b magasságvonala az alaplappal α szöget zár be.

Az alaplap magasságvonala c. Ennek értéke:

$$c = \sqrt{a^2 - (\frac{a}{2})^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a}{2}\sqrt{3} .$$

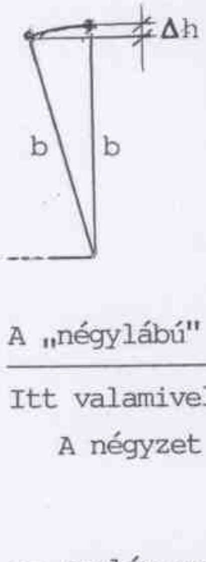
Ezzel megadhatjuk az oldallap magasságvonalát:

$$b = \sqrt{h^2 + (\frac{c}{2})^2} = \sqrt{h^2 + \frac{c^2}{4}} = \sqrt{h^2 + \frac{3}{16}a^2} .$$



A megadott mennyiségekkel:

$$b = \sqrt{0,5^2\ m^2 + \frac{3}{16}\ 0,3^2\ m^2} = 0,5166\ m .$$



A döntési él mentén az m tömeget b sugarú kőrív mentén kell felemelni h magasságról $h + \Delta h$ magasságra. Vagyis az emelkedés Δh értéke:

$$\Delta h = b - h \longrightarrow \Delta h = 0,5166\ m - 0,5\ m = 1,66.10^{-2}\ m .$$

Az emelési munka ezzel:

$$W_1 = m g.\Delta h \quad W_1 = 0,5\ kg.10\ \frac{m}{s^2}\ 1,66.10^{-2} m = 8,3.10^{-2}\ \frac{kg.m^2}{s^2}\ (J).$$

A „négylábú" eset

Itt valamivel egyszerűbb a helyzet!

A négyzet alapú gúla oldallapjának b magasságvonala most

$$b = \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{4}} ,$$

az emelés magassága pedig

$$(\Delta h)' = b - h = \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{4}} - h .$$

Az ismert mennyiségekkel az emelési munka:

$$W_2 = m g.(\Delta h)' = m g(\sqrt{h^2 + \frac{a^2}{4}} - h)$$

$$W_2 = 0,5\ kg.10\ \frac{m}{s^2}(\sqrt{0,5^2\ m^2 + \frac{0,3^2\ m^2}{4}} - 0,5\ m) = 0,1101\ \frac{kg.m^2}{s^2}\ (J) .$$

A két emelési munka aránya:

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{0{,}1101\ J}{0{,}083\ J} = 1{,}327\ .$$

Tehát a négylábú alakzat feldöntéséhez 1,327-szer nagyobb emelési munkára van szükség.

3.8.B) feladat

$V = 1\ l = 1.10^{-3}\ m^3$ $t = 25\ ^oC \longrightarrow T = 298{,}2\ K$ $p = 1.10^5\ Pa$ $f = 5$

$U = ? = 0{,}25\ kJ$

Az ideális gáznak tekinthető n mól anyagmennyiségű és T hőmérsékletű oxigéngáz belső energiája:

$$U = \frac{f}{2} n R T\ .$$

A $pV = nRT$ alakú állapotegyenlet segítségével:

$$U = \frac{f}{2} p V\ .$$

Az ismert mennyiségekkel:

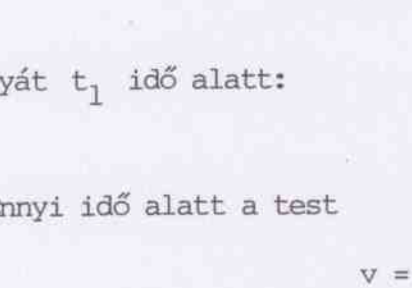
$$U = \frac{5}{2} \cdot 1.10^5\ \frac{N}{m^2} \cdot 10^{-3}\ m^3 = 250\ N.m\ (J)\ .$$

Tehát a gáz belső energiája 250 joule.

3.9.A) feladat

$r = 80\ cm = 0{,}8\ m$ $a_t = 2\ \frac{m}{s^2}$

a) $\alpha = ? = 85{,}45^o$



A kiindulási helyéhez visszatérő test eredő gyorsulása a tangenciális és a centripetális gyorsulások vektori eredője. Az eredő nagysága:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_{cp}^2}\ .$$

A centripetális gyorsulás értéke:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{r}\ .$$

A test a_t gyorsulással futja be a körpályát t_1 idő alatt:

$$2\pi r = \frac{a_t}{2} t_1^2 \longrightarrow t_1 = \sqrt{\frac{4\pi r}{a_t}}\ .$$

Ennyi idő alatt a test

$$v = a_t t_1 = a_t \cdot \sqrt{\frac{4\pi r}{a_t}} = \sqrt{4\pi a_t \cdot r}$$

sebességre tesz szert. Ezzel a centripetális gyorsulás:

$$a_{cp} = \frac{4\pi a_t r}{r} = 4\pi a_t\ .$$

A keresett szög:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a_{cp}}{a_t} = \frac{4\pi a_t}{a_t} = 4\pi \longrightarrow \alpha = \operatorname{arc\,tg} 4\pi = 85{,}45^{o} .$$

Tehát a bezárt szög $85{,}45^{o}$.

b) $\dfrac{t_1}{t_2} = ? = 2{,}414$

A körpálya kétszeri befutásához szükséges t idő a

$$2.2\pi r = \frac{a_t}{2}t^2$$

összefüggésből:

összefüggésből:

$$t = \sqrt{\frac{8\pi r}{a_t}} .$$

Az idők keresett aránya:

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{t_1}{t - t_1} = \frac{\sqrt{\frac{4\pi r}{a_t}}}{\sqrt{\frac{8\pi r}{a_t}} - \sqrt{\frac{4\pi r}{a_t}}} = \frac{1}{\sqrt{2} - 1} = 2{,}414 .$$

Tehát az első „köridő" 2,414-szerese a másodiknak.

3.9.B) feladat

$V_1 = V_2 = 30\ l = 3.10^{-2}\ m^3$ $m = 30\ g = 3.10^{-2}\ kg$

$t_1 = 30\ ^{o}C \longrightarrow T_1 = 303{,}2\ K$ $t_2 = 650\ ^{o}C \longrightarrow T_2 = 923{,}2\ K$

$M = 1{,}7.10^{-2}\ \frac{kg}{mol}$ $\alpha\,\% = 30\ \%\longrightarrow \alpha = 0{,}3$

$\dfrac{p_2}{p_1} = ? = 3{,}958$

Az ideális gázok állapotegyenlete a kiindulási állapotra

$$p_1V_1 = n_1RT_1 ,$$

a végállapotra:

$$p_2V_2 = n_2RT_2 .$$

A két egyenlet osztásával a

$$\frac{p_2}{p_p} = \frac{n_2T_2}{n_1T_1}$$

összefüggést kapjuk. Ebben

$$n_1 = \frac{m}{M} \quad \text{és}$$

n_2 a keletkezett gázelegy anyagmennyisége. Mivel a bomlást követően

$$(1 - \alpha)\,n_1$$

mól ammónia maradt és az elbomlott αn_1 mól ammóniából $2\alpha n_1$ mól nitrogén- és hidrogéngáz keletkezett, ezért

$$n_2 = (1 - \alpha)\,n_1 + 2\alpha n_1 = (1 + \alpha)\,n_1 .$$

A keresett nyomás-arány így a

$$\frac{p_2}{p_1} = (1 + \alpha)\frac{T_2}{T_1}$$

összefüggéssel számítható. Az ismert mennyiségekkel:

$$\frac{p_2}{p_1} = (1 + 0,3)\cdot\frac{923,2\ K}{303,2\ K} = 3,958\ .$$

<u>Tehát a gáznyomás 3,958-szeresére növekedett.</u>

<u>3.10.A) feladat</u>

$d = 1\ m \qquad v_1 = 10\ \frac{cm}{s} = 0,1\ \frac{m}{s} \qquad v_2 = 20\ \frac{cm}{s} = 0,2\ m.s^{-1} \qquad h = 30\ cm = 0,3\ m$

a) $\underline{\underline{T_1 = ? = 31,42\ s}} \qquad \underline{\underline{T_2 = ? = 15,71\ s}} \qquad \underline{\underline{n_1 = ? = 1,910\ \frac{1}{min}}} \qquad \underline{\underline{n_2 = ? = 3,820\ \frac{1}{min}}}$

A kerületi sebesség kiszámítható a

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{\pi d}{T}$$

összefüggés segítségével. Ebből

$$T = \frac{\pi d}{v}\ .$$

A megadott értékekkel:

$$T_1 = \frac{\pi.0,2\ m}{0,1\ \frac{m}{s}} = 31,42\ s \qquad T_2 = \frac{\pi.0,1\ m}{0,2\ \frac{m}{s}} = 15,71\ s\ .$$

<u>Tehát a mozdonyok periódusideje 31,42 másodperc és 15,71 másodperc.</u>

A fordulatszám és a periódusidő közötti összefüggés:

$$n = \frac{1}{T}\ .$$

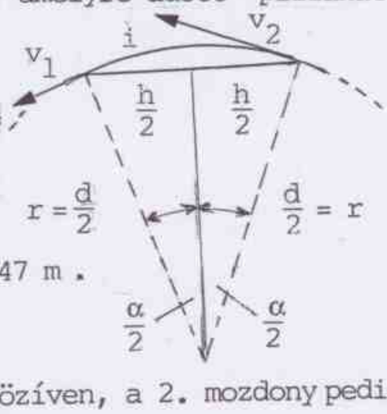
A periódusidő számított értékeivel:

$$n_1 = \frac{1}{31,42\ s}\cdot 60\ \frac{s}{min} = 1,910\ \frac{1}{min} \qquad n_2 = \frac{1}{15,71\ s}\cdot 60\ \frac{s}{min} = 3,820\ \frac{1}{min}\ .$$

<u>Tehát a mozdonyokhoz rendelhető fordulatszámok</u> $\underline{1,910\ \frac{1}{min}}$ <u>és</u> $\underline{3,820\ \frac{1}{min}}$ <u>nagyságúak.</u>

b) Mivel nincs megadva, hogy melyik mozdony van „elől", ezért két megoldás lehetséges!

Előbb ki kell számítani azon útszakasz i hosszát, amelyre adott pillanatban a két mozdony eljutott.



$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{\frac{h}{2}}{r} = \frac{h}{2r} \qquad \frac{\alpha}{2} = \arcsin\frac{0,3\ m}{2.0,5\ m} = \arcsin 0,3 = 17,46^\circ \longrightarrow \alpha = 34,92^\circ$$

$$\frac{\pi.d}{360^\circ} = \frac{i}{\alpha} \longrightarrow i = \frac{34,92^\circ}{360^\circ}\cdot\pi.1\ m = 0,3047\ m\ .$$

1. Legyen az 1. mozdony elől!

Mivel $v_1 < v_2$, ezért az 1. mozdony i_1 nagyságú közíven, a 2. mozdony pedig $i_2 = i_1 + i$ hosszúságú köríven mozog t' ideig. Mivel $i = v t_1$, ezért

$$v_2t' = v_1t' + i \longrightarrow t' = \frac{i}{v_2 - v_1}\ .$$

Az ismert mennyiségekkel:

$$t' = \frac{0{,}3047\ \mathrm{m}}{0{,}2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 0{,}1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 3{,}047\ \mathrm{s}\ .$$

2. Legyen a 2. mozdony elől!

Most a megtett utak: $i_1 = v_1t''$ és $i_2 = \pi.d + i_1 - i.$

Segítségükkel:

$$v_2t'' = \pi.d + v_1t'' - i \longrightarrow t'' = \frac{\pi.d - i}{v_2 - v_1}\ .$$

Az ismert mennyiségekkel:

$$t'' = \frac{\pi.1\ \mathrm{m} - 0{,}3047\ \mathrm{m}}{0{,}2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 0{,}1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 28{,}37\ \mathrm{s}\ .$$

Tehát az egyik mozdony a másikat vagy 3,047 másodperc vagy 28,37 másodperc alatt éri utól.

3.10.B) feladat

$N = 10$ $\lambda = 4{,}25\ \mathrm{m}$ $c = 340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ $n = ?\ \frac{1}{\mathrm{min}} = 480\ \frac{1}{\mathrm{min}}$

A keletkezett hang frekvenciája (rezgésszáma) annyi, ahányszor a tárcsa másodpercenként a légáramot megszakítja.

Ha másodpercenként n fordulatot tesz meg a tárcsa, akkor a frekvencia:

$$f = n.N\ .$$

Az ismert $c = \lambda.f$ összefüggésből

$$\lambda = \frac{c}{f} \longrightarrow \lambda = \frac{c}{n.N} \longrightarrow n = \frac{c}{\lambda.N}\ .$$

Az ismert mennyiségek behelyettesítésével:

$$n = \frac{340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{4{,}25\ \mathrm{m}.10} = 8\ \frac{1}{\mathrm{s}} = 8\ \frac{1}{\mathrm{s}}\cdot 60\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{min}} = 480\ \frac{1}{\mathrm{min}}\ .$$

Tehát a tárcsa fordulatszáma $480\ \frac{1}{\mathrm{min}}$.

3.11. feladat

$T_1 = 270\ \mathrm{K}$ $Q = 140\ \mathrm{kJ} = 1{,}4.10^5\ \mathrm{J}$ $f = ? = 5$

Az anyagi minőségre utal a mozgási szabadsági fokok száma, mivel megadja az egy molekulát alkotó atomok számát.

Izobár állapotváltozás (tágulás) esetén a gáz által a környezetből felvett hőmennyiség egyrészt a gáz által a környezeten végzett térfogati munkát, másrészt a belső energia növekedését biztosítja. A hőtan (termodinamika) I. főtétele alapján:

$$Q = W + \Delta U\ .$$

W és ΔU ismert kifejezéseivel:

$$Q = p.\Delta V + \frac{f}{2} n R.\Delta T\ .$$