ELFT
31.
HATVANI ISTVÁN
FIZIKAVERSENY
2013/2014.
HAJDÚ-BIHAR-MEGYE

A 2. forduló feladatainak megoldása

2.1. feladat

$v = 5\ \frac{m}{s}$ $\qquad s = 1{,}5\ m$ $\qquad \alpha = 45^{o}$ $\qquad m = 1\ kg$

$Q = ? = 1{,}894\ J$

A munkatétel alapján a test mozgási energiájának változása megegyezik a végzett munkák összegével:

$$\Delta E_m = \Sigma W .$$

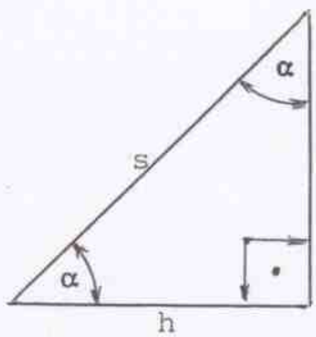
Mivel a mozgási energia változása $-\frac{1}{2}m v^2$, és a test $m g h$ helyzeti energiára tesz szert, ezért a súrlódási munka:

$$W_s = \frac{1}{2}m v^2 - m g h .$$

Ez egyezik meg a keletkezett hőmennyiséggel:

$$Q = \frac{1}{2}m v^2 - m g h .$$

A h magasság értékét a mellékelt ábra alapján egyszerűen kiszámíthatjuk s és α értékeiből:



$$h^2 + h^2 = s^2 \qquad h^2 = \frac{1}{2}s^2 \longrightarrow h = \frac{s}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}s .$$

Ezzel a keletkezett hőmennyiség:

$$Q = m\left(\frac{v^2}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}g\,s\right) .$$

Az ismert mennyiségekkel:

$$Q = 1\ kg\left(\frac{5^2\ \frac{m^2}{s^2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}.10\ \frac{m}{s^2}.1{,}5\ m\right) = 1{,}894\ \frac{kg.m^2}{s^2}\ (J) .$$

Tehát 1,894 joule hőmennyiség keletkezett.

2.2.A) feladat

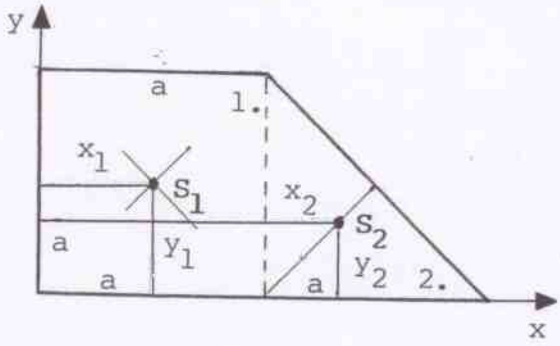
$a = 18\ cm = 0{,}18\ m$ $\qquad x = ? = 14\ cm$ $\qquad y = ? = 8\ cm$

A síkidom anyagára vonatkozó kezdeti feltételek miatt a tömegközépponttal azonos támadáspontú nehézségi erő nagysága egyenesen arányos a síkidom területével.

Bármilyen módon oldjuk meg a feladatot, mindenféleképpen szükség van a rész síkidomok területeinek nagyságára és azok tömegközéppontjainak koordinátáira.

A feladat ábráján már „sejteni engedtük", hogy melyik az a két szabályos síkidom, amelyekre felbonthatjuk az eredeti síkidomot.

Az ábra alapján könnyű megállapítani a következő értékeket:

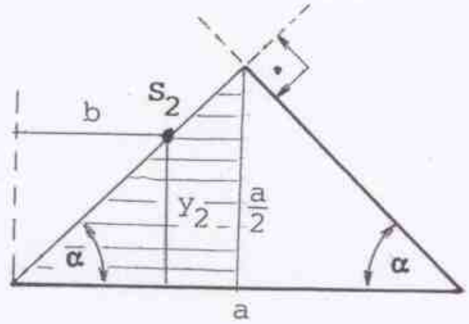


$A_1 = a.a = a^2 \qquad A_2 = \frac{a.a}{2} = \frac{a^2}{2}$

$x_1 = \frac{a}{2} \qquad y_1 = \frac{a}{2}$.

Valamivel bonyolultabb az x_2 és y_2 koordinátákat meghatározni.

Az S_2 tömegközéppont a 2. egyenlőszárú háromszög bejelölt magasságvonalát (a „súlyvonal"-át) harmadolja. Emiatt y_2 az új ábrán besatírozott háromszög $\frac{a}{2}$ nagyságú oldalának $\frac{2}{3}$ része:



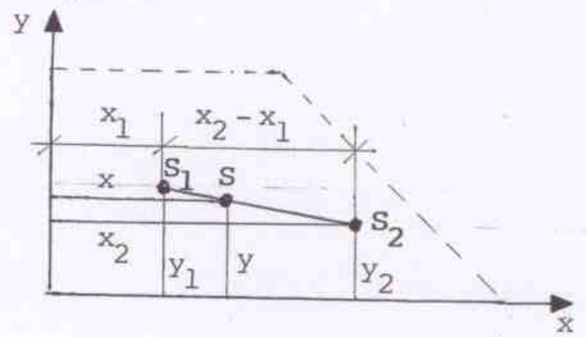
$$y_2 = \frac{2}{3}\cdot\frac{a}{2} = \frac{a}{3}\ .$$

Mivel $\alpha = 45^\circ$, ezért $b = y_2$! Ezzel

$$x_2 = a + b = a + \frac{a}{3} = \frac{4}{3}a\ .$$

A megoldásnál - mint már többször korábban - két utat követünk!

1. megoldás



A hagyományos módszernél kiszámítjuk az előbbi adatokat, majd az ábrát felhasználva kiszámítjuk S helyét.

Mivel $A_1 = 2A_2$, ezért az S tömegközéppont harmadolja az $\overline{S_1S_2}$ egyenes szakaszt. Emiatt

$$x = x_1 + \frac{x_2 - x_1}{3} = \frac{2x_1 + x_2}{3} = \frac{2.\frac{a}{2} + \frac{4}{3}a}{3} = \frac{7}{9}a\ .$$

$$y = y_2 + \frac{2}{3}(y_1 - y_2) = \frac{a}{3} + \frac{2}{3}\left(\frac{a}{2} - \frac{a}{3}\right) = \frac{a}{3} + \frac{a}{9} = \frac{4}{9}a\ .$$

2. megoldás

Ezt „kaptafa"-módszernek nevezem, mert különösebb gondolkodást nem igényel; csupán a megadott összefüggésekbe kell beírni az adatokat.

$$x = \frac{x_1A_1 + x_2A_2}{A_1 + A_2} \qquad x = \frac{\frac{a}{2}.a^2 + \frac{4}{3}a\cdot\frac{1}{2}a^2}{a^2 + \frac{1}{2}a^2} = \frac{\frac{7}{6}a}{\frac{3}{2}} = \frac{7}{9}a\ .$$

$$y = \frac{y_1A_1 + y_2A_2}{A_1 + A_2} \qquad y = \frac{\frac{a}{2}.a^2 + \frac{a}{3}\cdot\frac{a^2}{2}}{a^2 + \frac{a^2}{2}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{2}}a = \frac{4}{9}a\ .$$

<u>a</u> ismert értékével:

$$x = \frac{7}{9}.0,18\ \text{m} = 0,14\ \text{m} \quad \text{és}$$

$$y = \frac{4}{9}.0,18\ \text{m} = 0,08\ \text{m}\ .$$

Tehát a tömegközéppont koordinátái 14 cm és 8 cm nagyságúak.

2.2.B) feladat

$m = 14,3\ \text{g} = 1,43.10^{-2}\ \text{kg}$ $\qquad \rho = 21,45\ \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 2,145.10^4\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

$\rho^* = 1,058.10^{-7}\ \Omega.\text{m}$ $\qquad d = 0,0001\ \text{mm} = 1.10^{-7}\ \text{m}$

a) $l = ? = 84,88\ \text{Mm}$

A platinaszál térfogata nyújtás előtt $V = \frac{m}{\rho}$, nyújtás után $V = \frac{\pi d^2}{4} l$. A változatlan térfogat miatt:

$$\frac{m}{\rho} = \frac{\pi d^2}{4} l \longrightarrow l = \frac{4m}{\rho \pi d^2}.$$

Az ismert mennyiségekkel:

$$l = \frac{4.1,43.10^{-2}\ \text{kg}}{\pi.2,145.10^4\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.10^{-14}\ \text{m}^2} = 8,488.10^7\ \text{m}\ .$$

Tehát a platinaszál hossza 84 880 km, a földi Egyenlítőnek több, mint kétszerese lenne.

b) $R = ? = 1,143\ \text{P}\Omega$

A huzalellenállás megadható a

$$R = \rho^* \frac{l}{A} = \rho^* \frac{4\,l}{\pi d^2}$$

összefüggés segítségével. Az ismert mennyiségek behelyettesítésével:

$$R = \frac{4.1,058.10^{-7}\ \Omega.\text{m}.8,48810^7\ \text{m}}{\pi.10^{-14}\ \text{m}^2} = 1,143.10^{15}\ \Omega.$$

Az adott fémszál elektromos ellenállása 1,143 PΩ.

2.3.A) feladat

$m = 100\ \text{kg}$ $\qquad t_1 = 20\ ^\circ\text{C}$ $\qquad t_2 = 100\ ^\circ\text{C}$ $\qquad x = 16\,000\ \frac{\text{HUF}}{\text{MW.h}}$

$c = 4,183\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg.}^\circ\text{C}} = 4,183.10^3\ \frac{\text{J}}{\text{kg.}^\circ\text{C}}$ $\qquad \eta\% = 85\ \% \longrightarrow \eta = 0,85$

$y = ? = 175,0\ \text{HUF}$

Az x és y betűk alkalmazása teljesen önkényes!

A víz melegítéséhez $Q = c\,m(t_2 - t_1)$ hőmennyiség szükséges. Ekkora hőmennyiséget viszont $E = \frac{Q}{\eta}$ elektromos energia felhasználásával állíthatunk elő. Ennek értéke:

$$E = \frac{c\,m(t_2 - t_1)}{\eta}.$$

Az ismert mennyiségekkel:

$$E = \frac{4{,}183.10^3 \ \frac{J}{kg.^{o}C}.100\ kg(100\ ^{o}C - 20\ ^{o}C)}{0{,}85} = 3{,}937.10^7\ J\ .$$

Mivel $1\ J = 1\ W.s$, ezért

$$1\ MW.h = 3{,}6.10^9\ J \quad \text{és} \quad E = \frac{3{,}937.10^7\ J}{3{,}6.10^9\ \frac{J}{MW.h}} = 1{,}094.10^{-2}\ MW.h\ .$$

A keresett mennyiség:

$$y = x\,E \longrightarrow y = 16\,000\ \frac{HUF}{MW.h}.1{,}094.10^{-2}\ MW.h = 175{,}0\ HUF\ .$$

<u>Tehát a víz felmelegítése 175,0 forintba kerül.</u>

2.3.B) feladat

$$\frac{\Delta I}{I_1}\% = 12{,}5\ \% \longrightarrow \frac{\Delta I}{I_1} = 0{,}125 \qquad \Delta t = 0{,}5\ s$$

$$t_1 = ? = 4{,}0\ s \qquad t_2 = ? = 4{,}5\ s$$

A szabadon eső test sebessége t időpillanatban $g\,t$, ezért $m\,g\,t$ az impulzusa. Emiatt

$$\frac{\Delta I}{I_1} = \frac{I_2 - I_1}{I_1} = \frac{m\,g\,t_2 - m\,g\,t_1}{m\,g\,t_1} = \frac{t_2 - t_1}{t_1}\ .$$

Mivel $t_2 - t_1 = 0{,}5\ s$, ezért

$$0{,}125 = \frac{0{,}5\ s}{t_1} \longrightarrow t_1 = \frac{0{,}5\ s}{0{,}125} = 4\ s\ .$$

<u>Tehát az időtartam 4 másodperctől 4,5 másodpercig tart.</u>

2.4. feladat

A vízzel együtt a fémtest is melegszik. A magasabb hőmérsékletű víz sűrűsége kisebb lesz. A hőtágulás miatt a test térfogata is növekszik, ugyanúgy, mint ha tömör fémgömböt melegítenénk. A két anyag térfogati hőtágulási együtthatója azonban különbözik egymástól:

$$\text{a vízé } 1{,}3.10^{-4}\ \frac{1}{K}$$

$$\text{az alumíniumé } 7{,}17.10^{-5}\ \frac{1}{K}.$$

Ennek következtében a szilárd test sűrűsége kisebb mértékben csökken, mint a víz sűrűsége.

Eredmény: <u>a fémgömb lesüllyed a víz aljára.</u>

2.5. feladat

a) **JEDLIK Ányos István**ról van szó, aki 1800. január 11-én született Szimőn (Szlovákia) és 1885. december 15-én hunyt el Győrben.

b) **Leydeni palack**-ról van szó. Ez a napjainkban felhasznált áramköri alkatrész, a **kondenzátor** első megjelenési formája.

c) Nem a megszokott kör-, hanem négyzet-alakú emlékérem.

d) Úgy lett az Akadémia rendes tagja, hogy előzőleg nem volt levelező tag.

e) Szódavíz előállítására alkalmas berendezést készített. Ezzel kezdetben önmaga számára, majd később egyik rokonára bízott gyárban állította elő termékét.

Még napjainkban is vásárolhatunk erre a célra előállított üvegben vagy műanyag palackban szódavizet annak ellenére, hogy elképzelhetetlen mennyiségben készítenek szén-dioxiddal dúsított ásványvizet. (A mellékelt, újságból kivágott kép-részleten szódavizes üvegpalackok sorát lehet felismerni!)

f) Rendkívül igényes volt mérőeszközei elkészítésekor, nagyon megfontolt volt méréseredményei elfogadásakor: többször ellenőrizte a mérési adatokat, csupán akkor közölte az azokból következő új eredményeket, ha teljesen biztos volt azok jóságában. Mindezek mellett nem szerette a szabadalmazással velejáró bonyodalmakat. Az életével foglalkozók többségének az a véleménye, hogy a szokatlan szerénysége paptanár élethivatásával is magyarázható. Különben attól is félt, hogy tájékozatlansága miatt esetleg nem is illeti meg a prioritás.

2.6. feladat

a) 1. — C) 2. — D) 4. — B) 5. — A) 6. — E)

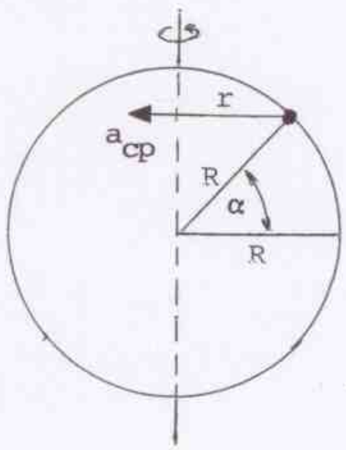
b) A **generátor** a kakukktojás! Ez ugyanis egy olyan áramköri alkatrész, amelyet nem lehet egyetlen áramköri elemmel modellezni.

2.7.A) feladat

$\alpha = 47{,}5^\circ$ $R = 6371\ \mathrm{km} = 6{,}371.10^6\ \mathrm{m}$ $a_{cp} = ? = 2{,}276\ \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}^2}$

A szélességi kör r sugarú kör. Ezen forog Debrecen T (=24.3600 s)periódusidővel és v kerületi sebességgel. A centripetális gyorsulás

$$a_{cp} = \frac{v^2}{r}$$



nagyságú. v értéke

$$v = \frac{2\pi r}{T},$$

az r sugár pedig a

$$\cos\alpha = \frac{r}{R}$$

összefüggésből:

$$r = R.\cos\alpha\ .$$

Az egyenletek rendezésével:

$$a_{cp} = \frac{\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}{r} = \frac{4\pi^2}{T^2} r = \frac{4\pi^2}{T^2} R.\cos\alpha \ .$$

Az ismert mennyiségek behelyettesítésével:

$$a_{cp} = \frac{4\pi^2}{(24.3600\ s)^2} . 6,371.10^6\ m.\cos 47,5^o = 2,276.10^{-2}\ \frac{m}{s^2} \ .$$

Tehát Debrecen centripetális gyorsulása $2,276\ \frac{cm}{s^2}$.

2.7.B) feladat

Az állítás téves!

Tudjuk, hogy vákuumban $k = \frac{1}{4\pi . \varepsilon_o}$, ε_r relatív permittivitású (dielektromos állandójú) közegben pedig

$$k = \frac{1}{4\pi\ \varepsilon} = \frac{1}{4\pi\ \varepsilon_o \varepsilon_r} \ .$$

Vagyis ugyanazon k-val jelölni a két mennyiséget **tárgyi tévedés!**

Egyszerűen megoldható a probléma: jelöljük k_o-lal és k-val az állandókat! Ebben az esetben

$$F_o = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} . \frac{Q_1Q_2}{r^2} = k_o \frac{Q_1Q_2}{r^2}$$

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon} . \frac{Q_1Q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\ \varepsilon_o \varepsilon_r} . \frac{Q_1Q_2}{r^2} = \frac{k_o}{\varepsilon_r} . \frac{Q_1Q_2}{r^2} = \frac{F_o}{\varepsilon_r} \ .$$

Mivel $\varepsilon_r > 1$, ezért minden esetben $F_o > F$!

Megjegyzés! Hasonló gondok adódnak az elektromos ponttöltések keltette elektromos mező térerőssége és potenciálja kifejezéseivel is!

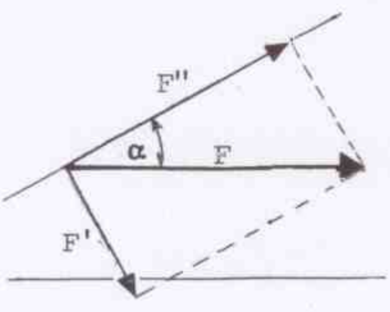
2.8.A) feladat

$\mu = 0,15$ $F = 20\ N$ $m = 1,5\ kg$ $h = 75\ cm = 0,75\ m$ $l = 1,5\ m$

a) $a = ? = 4,248\ \frac{m}{s^2}$

A lejtő hajlásszöge:

$$\sin\alpha = \frac{h}{l} \longrightarrow \alpha = \arcsin \frac{0,75\ m}{1,5\ m} = 30^o \ .$$



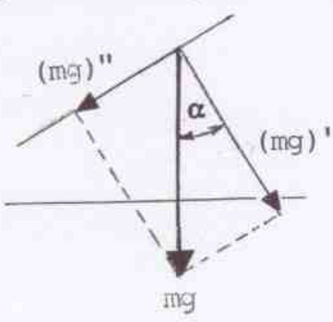
A testre ható erők lejtőre merőleges és lejtőirányú összetevői:

$F' = F.\sin\alpha$

$F'' = F.\cos\alpha$

$(mg)' = mg.\cos\alpha$

$(mg)'' = mg.\sin\alpha$



Az érintkező felületeket merőlegesen összenyomó erő:

$$F' + (mg)' = F.\sin\alpha + mg.\cos\alpha \; .$$

Ezzel a súrlódási erő:

$$F_s = \mu(F.\sin\alpha + mg.\cos\alpha) \; .$$

A dinamika IV. törvénye ($\Sigma F = m\,a$) alapján:

$$F.\cos\alpha - mg.\sin\alpha - \mu(F.\sin\alpha + mg.\cos\alpha) = m\,a$$

$$a = \frac{(F - \mu mg).\cos\alpha - (mg + \mu F).\sin\alpha}{m} \; .$$

A megadott értékek behelyettesítésével:

$$a = \frac{(20\,\frac{kg.m}{s^2} - 0{,}15.1{,}5\ kg.10\,\frac{m}{s^2})\frac{\sqrt{2}}{2} - (1{,}5\ kg.10\,\frac{m}{s^2} + 0{,}15.20\,\frac{kg.m}{s^2}).\frac{1}{2}}{1{,}5\ kg} = 4{,}248\,\frac{m}{s^2} \; .$$

Tehát a test $4{,}248\ \frac{m}{s^2}$ gyorsulással indul felfelé a lejtőn.

b) $v = 5\ \frac{m}{s}$ $\qquad$ $s = ? = 2{,}943\ m$

Az egyenletesen változó mozgásokra érvényes

$$s = \frac{v^2}{2a}$$

összefüggés felhasználásával:

$$s = \frac{\sqrt{5^2\,\frac{m^2}{s^2}}}{2.4{,}248\,\frac{m}{s^2}} = 2{,}943\ m \; .$$

Tehát 2,943 méter megtételére van szükség.

2.8.B) feladat

$v_1 = 10\ \frac{m}{s}$ $\qquad$ $v_2 = 8\ \frac{m}{s}$ $\qquad$ $r = 50\ m$

a) $\Delta i = \frac{k}{4}$ $\qquad$ $t = ? = 39{,}27\ s$

A körpálya kerülete $k = 2\pi r$ nagyságú. Kezdetben a két korcsolyázó a pályán $\frac{k}{2}$ távolságban van egymástól. t idő alatt a közöttük levő távolság

$$\Delta i = \frac{k}{4} = (v_1 - v_2)t$$

értékkel csökken. A $\frac{k}{4}$ út megtételéhez szükséges idő:

$$t = \frac{\frac{k}{4}}{v_1 - v_2} = \frac{k}{4(v_1 - v_2)} = \frac{\pi r}{2(v_1 - v_2)} \; .$$

Az ismert adatokkal:

$$t = \frac{\pi.50\ m}{2(10\,\frac{m}{s} - 8\,\frac{m}{s})} = 39{,}27\ s \; .$$

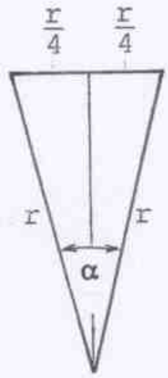
Tehát 39,27 másodperc alatt csökken le a távolság $\frac{k}{4}$ értékre.

b) $t' = ? = 65{,}90$ s

Ebben az esetben a korcsolyázók közötti távolság a körpálya egyik, $\frac{r}{2}$ hosszúságú **húr**ja. Az ehhez tartozó középponti szög

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{\frac{r}{4}}{r} = \frac{1}{4} \qquad \frac{\alpha}{2} = \arcsin 0{,}25 = 14{,}48^\circ \longrightarrow \alpha = 28{,}96^\circ .$$

A $28{,}96^\circ$ nagyságú középponti szöghöz



$$\frac{28{,}98^\circ}{360^\circ}.2\pi r = 0{,}5054\, r$$

ívhossz tartozik. Kezdetben $\pi.r$ távolságban voltak egymástól a köríven a korcsolyázók, és ez csökken le $0{,}5054\, r$ értékre. A kettő különbsége a korcsolyázók által befutott ívhosszak különbsége t' idő alatt:

$$\pi r - 0{,}5054\, r = (v_1 - v_2)t' \longrightarrow t' = \frac{(\pi - 0{,}5054)r}{v_1 - v_2}.$$

A megadott értékekkel:

$$t' = \frac{(\pi - 0{,}5054).50 \text{ m}}{10\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 65{,}90 \text{ s} .$$

Tehát 69,50 másodperc alatt kerülnek 25 méter távolságra egymástól.

2.9.A) feladat

$F_1 = 20$ N $\qquad F_2 = 15$ N $\qquad \Sigma F = F_1 = 20$ N

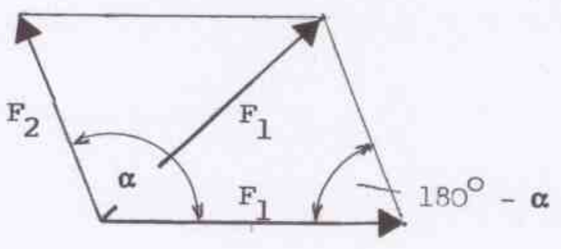
1. megoldás

$\alpha = ? = 112^\circ$

A keresett szög 90°-nál biztosan nagyobb, mert a

$$0^\circ \leqslant \alpha \leqslant 90^\circ$$

szögtartományban az eredő biztosan nagyobb a nagyobb összetevőnél is.



A koszinusztétel segítségével:

$$F_1^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2\,F_1F_2.\cos(180^\circ - \alpha).$$

Mivel $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha$,

ezért

$$F_2^2 = -2\,F_1F_2.\cos\alpha \qquad \frac{F_2}{F_1} = -2.\cos\alpha$$

$$\frac{F_2}{F_1} = 2.\cos(180^\circ - \alpha)$$

$$180^\circ - \alpha = \arccos\frac{F_2}{2\,F_1} \longrightarrow \alpha = 180^\circ - \arccos\frac{F_2}{2\,F_1}.$$

Az erők ismert értékeivel:

$$\alpha = 180^\circ - \arccos\frac{15 \text{ N}}{2.20 \text{ N}} = 180^\circ - \arccos 0{,}375 = 112^\circ .$$

Tehát a keresett szög 112°.

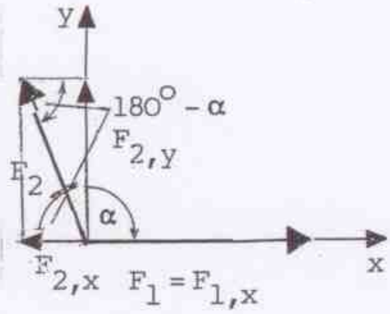
2. megoldás

A szögfüggvényeket ebben az esetben sem kerülhetjük el, de a koszinusztétel alkalmazását igen!

Bontsuk fel az erővektorokat derékszögű komponenseikre, és azokat összegezzük.

Az x- és y-tengelyek mentén a rész-eredők:

$$F_x = F_{1,x} - F_{2,x} \quad \text{és} \quad F_y = F_{2,y} .$$



Az eredő ezekkel:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} .$$

Mivel

$F_{2,x} = F_2.\cos(180^\circ - \alpha)$ és $F_{2,y} = F_2.\sin(180^\circ - \alpha)$,

ezért

$$F = \sqrt{\left[F_1 - F_2.\cos(180^\circ - \alpha)\right]^2 + F_2^2.\sin^2(180^\circ - \alpha)} .$$

Mivel

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha \quad \text{és} \quad \sin(180^\circ - \alpha) = \sin\alpha ,$$

ezért

$$F = \sqrt{(F_1 + F_2.\cos\alpha)^2 + F_2^2.\sin^2\alpha} .$$

Figyelembe véve, hogy $F = F_1$:

$$F_1^2 = (F_1 + F_2.\cos\alpha)^2 + F_2^2.\sin^2\alpha$$

$$F_1^2 = F_1^2 + 2F_1F_2.\cos\alpha + F_2^2.\cos^2\alpha + F_2^2.\sin^2\alpha$$

$$-2F_1F_2.\cos\alpha = F_2^2(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) .$$

A trigonometrikus Pitagorasz-tétel értelmében

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 .$$

Ezzel

$$-2F_1.\cos\alpha = F_2 \longrightarrow \alpha = \arccos\left(\frac{F_2}{2F_1}\right) .$$

Az ismert erő-értékekkel:

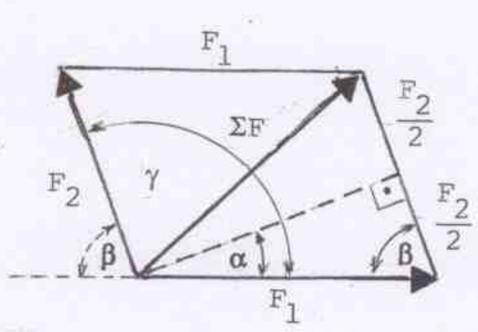
$$\alpha = \arccos\left(-\frac{15\text{ N}}{2.20\text{ N}}\right) = \arccos(-0{,}375) = 112^\circ .$$

Az eredmény - természetesen - megegyezik az 1. megoldás eredményével.

<u>**Észrevétel!**</u> **Dudics Pál** (az ELFT Hajdú-Bihar megyei Csoportjának titkára, egyben a Versenybizottság tagja) észrevételezte a feladat nehézségét: a koszinusztételt a versenyzők csak 11. osztályban tanulják!

Szerencsének tulajdonította, hogy a feladat egészen egyszerűen is megoldható. Ezt a megoldást ismertetem a következőkben.

A szaggatott egyenes szakasz az egyenlőszárú háromszög magasságvonala. A keletkezett derékszögű háromszög segítségével:



$$\sin\alpha = \frac{\frac{F_2}{2}}{F_1} \qquad \sin\alpha = \frac{\frac{15\ N}{2}}{20\ N} = 0,375$$

$\alpha = \arcsin 0,375 = 22^\circ$.

Vagy még egyszerűbben:

$$\cos\beta = \frac{\frac{F_2}{2}}{F_1} \qquad \cos\beta = \frac{\frac{15\ N}{2}}{20\ N} = 0,375$$

$\beta = \arccos 0,375 = 67,58^\circ \approx 68^\circ$. $\qquad \gamma = 180^\circ - 68^\circ = 112^\circ$.

2.9.B) feladat

$Q = 225\ kJ = 2,25.10^5\ J \qquad V_1 = 0,2\ m^3 \qquad V_2 = 0,5\ m^3$

$p = 300\ kPa = 3.10^5\ Pa$

a) $\Delta U = ? = 135\ kJ$

Mivel a gáz kiterjed (vagyis térfogati munkát végez a környezetén), ezért a hőtan I. főtételének

$$\Delta U = Q + W$$

alakú kifejezésében W előjele negatív:

$$\Delta U = Q - p.\Delta V .$$

Az ismert mennyiségekkel:

$$\Delta U = 2,25.10^5\ N.m - 3.10^5\ \frac{N}{m^2}(0,5\ m^3 - 0,2\ m^2) = 1,35.10^5\ N.m .$$

Tehát a gáz belső energiája 135 kJ-lal növekedett.

b) $f = ? = 3$

Az ideális gázok belső energiájának változása megadható a

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{f}{2} n R.\Delta T$$

összefüggés segítségével. A keresett f, a mozgási szabadsági fokok száma:

$$f = \frac{2(U_2 - U_1)}{n R.\Delta T} .$$

Mivel az állapotegyenlet alapján

$$p V_1 = n R T_1 \quad \text{és} \quad p V_2 = n R T_2 \longrightarrow p(V_2 - V_1) = n R(T_2 - T_1),$$

ezért

$$f = \frac{2(U_2 - U_1)}{p(V_2 - V_1)} .$$

Az ismert mennyiségekkel:

$$f = \frac{2.1,35.10^5\ \text{N.m}}{3.10^5\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2}(0,5\ \text{m}^3 - 0,2\ \text{m}^3)} = 3\ .$$

Tehát a gáz részecskéi egyatomosak; a gáz valamelyik nemesgáz.

2.10.A) feladat

1 —— alumínium 2 —— vas

$l = 1,5$ m $d = 2$ mm $= 2.10^{-3}$ m $mg = 20$ N

$E_1 = 70$ GPa $= 7.10^{10}$ Pa $E_2 = 100$ GPa $= 1.10^{11}$ Pa

$\Delta l = ? = 56,17$ m

Mivel a huzalok párhuzamos elhelyezkedésűek, ezért megnyúlásaik azonosak:

$$(\Delta l)_1 = (\Delta l)_2 = \Delta l\ .$$

A megnyúlást eredményező erők azonban eltérőek: F_1 és F_2. Viszont

$$F_1 + F_2 = mg\ .$$

Hooke törvénye alapján a megnyúlás:

$$\Delta l = \frac{l\,F}{A\,E} = \frac{4\,l\,F}{\pi d^2 E}.$$

Ebből a két nyújtóerő:

$$F_1 = \frac{\pi d^2 E_1}{4\,l}\Delta l \quad \text{és} \quad F_2 = \frac{\pi d^2 E_2}{4\,l}\Delta l.$$

Összegük pedig

$$F_1 + F_2 = mg = \frac{\pi d^2}{4\,l}\Delta l(E_1 + E_2)$$

nagyságú. A keresett megnyúlás:

$$\Delta l = \frac{4\,l}{\pi d^2}\,mg\,\frac{1}{E_1 + E_2}$$

Az ismert mennyiségek behelyettesítésével:

$$\Delta l = \frac{4.1,5\ \text{m}}{\pi\, 2^2.10^{-6}\ \text{m}^2}.20\ \text{N}.\frac{1}{7.10^{10}\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2} + 1.10^{11}\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2}} = 5,617.10^{-5}\ \text{m}\ .$$

Tehát a fémhuzalok megnyúlása 56,17 µm.

2.10.B) feladat

$\rho = 13,5\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ $p = 500$ kPa $= 5.10^5$ Pa $\bar{v} = ? = 333,3\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Az ideális gázok molekuláinak termikus átlagsebessége a

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3\,R\,T}{M}}$$

összefüggés segítségével számítható ki. A gáz sűrűségét pedig a

$$\rho = \frac{pM}{RT}$$

mennyiségegyenlet adja. Az utóbbiból

$$RT = \frac{pM}{\rho} .$$

Ennek a másik egyenletbe történő helyettesítésével:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3}{M}} \cdot \sqrt{\frac{pM}{\rho}} = \sqrt{\frac{3p}{\rho}} .$$

A megadott értékekkel:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3.5.10^5 \frac{kg}{m.s^2}}{13,5 \frac{kg}{m^3}}} = 333,3 \frac{m}{s} .$$

Tehát az adott állapotú nitrogéngáz molekuláinak termikus átlagsebessége $333,3 \frac{m}{s}$.

2.11. feladat

$l = 1,5\ m$ $\quad A = 2,5\ mm^2 = 2,5.10^{-6}\ m^2$ $\quad \rho = 1,69.10^{-8}\ \Omega.m$

a) $R = ? = 10,14\ m\Omega$

A huzalok ellenállása a

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

összefüggéssel számítható. Az ismert mennyiségekkel:

$$R = 1,69.10^{-8}\ \Omega.m \frac{1,5\ m}{2,5.10^{-6}\ m^2} = 1,014.10^{-2}\ \Omega.$$

Tehát a huzal ellenállása 10,14 mΩ.

b) $R_{AB} = ? = 2,434\ m\Omega$

Ebben az esetben a $2.\frac{l}{5}$ és a $3.\frac{l}{5}$ hosszúságú vezetékek párhuzamosan kapcsoltak. Eredőjük:

$$R_{AB} = 2\rho\frac{\frac{l}{5}}{A} \times 3\rho\frac{\frac{l}{5}}{A} = \frac{2\rho\frac{l}{5A} \cdot 3\rho\frac{l}{5A}}{2\rho\frac{l}{5A} + 3\rho\frac{l}{5A}} = \frac{6}{25}\rho\frac{l}{A} .$$

Az megadott adatok behelyettesítésével:

$$R_{AB} = \frac{6}{25} \cdot 1,69.10^{-8}\ \Omega.m. \frac{1,5\ m}{2,5.10^{-6}\ m^2} = 2,434.10^{-3}\Omega ,$$

Tehát az A és B pontok között 2,434 mΩ ellenállás mérhető.

$R_{AC} = ? = 1,622\ m\Omega$

Ebben az esetben $\frac{l}{5}$ és $\frac{4l}{5}$ hosszúságú huzalok párhuzamosan kapcsoltak, ezért az eredő ellenállásuk:

$$R_{AC} = \frac{\rho\frac{l}{5A} \cdot 4\rho\frac{l}{5A}}{\rho\frac{l}{5A} + 4\rho\frac{l}{5A}} = \frac{4}{25}\rho\frac{l}{A} .$$